

# ZADACI ZA INTERAKTIVNE VJEŽBE IZ OPĆE FIZIKE 1

## Kinematika i vektori

1. Svjetiljka udaljena 3m od vertikalnog zida baca na zid svjetlu mrlju. Svjetiljka se jednoliko okreće oko svoje osi frekvencijom  $f = 0.5\text{Hz}$ . Za to vrijeme svjetla mrlja se kreće po zidu pravocrtno. U početnom trenutku svjetiljka pokazuje okomito na zid.

- (a) Kolika je brzina mrlje nakon  $t = 0.1\text{s}$ ?  
(b) Nađi komponente brzine u ovisnosti o vremenu u polarnim koordinatama.

R: a)  $v(t = 0.1\text{s}) = 10.42\text{m/s}$  b)  $\mathbf{v} = \omega R \frac{\sin \omega t}{\cos^2 \omega t} \hat{r} + \frac{\omega R}{\cos \omega t} \hat{\phi}$

2. Radijus vektor  $\mathbf{r}$  točke ovisi o vremenu  $t$  kao  $\mathbf{r}(t) = at\hat{x} - bt^2\hat{y}$ , pri čemu su konstante  $a$  i  $b$  veće od 0.

- (a) Nađite jednadžbu putanje i skicirajte.  
(b) Nađite vektore brzine i akceleracije  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{a}$ , te njihove iznose  $v$  i  $a$ .  
(c) Nađite ovisnost kuta između vektora  $\mathbf{v}$  i  $\mathbf{a}$  o vremenu.

R: c)  $\cos \alpha = \frac{2bt}{\sqrt{a^2 + 4b^2t^2}}$

3. Kišne kapi padaju stalnom brzinom  $v_2 = 2\text{m/s}$  okomito na zemlju. Brzina kapljica je konstantna zbog trenja sa zrakom. Pod kojim kutem prema horizontalnoj podlozi treba biti postavljena uska cijev na kolicima koja se gibaju konstantnom brzinom  $v_1 = 10\text{m/s}$ , ako kap koja upadne u cijev ne smije dotaknuti unutarnje stijenke. (Izaći će na kraju cijevi kao da kroz nju nije ni prošla.)

R:  $\alpha = 11.3^\circ$

4. S vrha tornja istodobno se bace dva tijela jednakom početnom brzinom  $v_0 = 10\text{m/s}$  pod kutom  $\alpha_1 = 30^\circ$ , odnosno  $\alpha_2 = 60^\circ$  prema horizontali. Odredite

- (a) udaljenost među tijelima nakon  $t = 2\text{s}$ ,  
(b) brzine tijela u tom trenutku.  
(c) Na kojem se dijelu putanje nalaze tijela u tom trenutku: uzlaznom ili silaznom?

R: a)  $D(t = 2\text{s}) = 10.35\text{m}$  b)  $v_1 = 16.99\text{m/s}$ ,  $v_2 = 12.05\text{m/s}$

5. Iz podnožja kosine koja je nagnuta pod kutem od  $45^\circ$  u odnosu na horizontalu bačen je kamen početnom brzinom od  $20\text{m/s}$ . Koliki mora biti kut izbačaja  $\alpha$  u odnosu na horizontalu da bi kamen pao na kosinu pod pravim kutem, te kolika je udaljenost  $D$  mjesta pada kamena od mjesta izbačaja?

R:  $\tan \alpha = 3$ ,  $D = 23.07\text{m}$

6. Ljestve duljine  $a$  prislone su na vertikalni zid. Donji kraj ljestvi se povlači brzinom  $v_0$  od vertikalnog zida.

(a) Pokažite da točka na sredini ljestvi opisuje kružni luk polumjera  $a/2$  sa središtem u točki gdje se spajaju horizontalna podloga i zid.

(b) Nađite brzinu i iznos brzine točke na sredini ljestvi u vremenu kada je donji kraj ljestvi udaljen za  $x < a$  od zida. Pretpostavi da je u početnom trenutku donji kraj ljestvi od zida bio udaljen  $x_0$ . R: b)  $\mathbf{v} = \frac{v_0}{2} \hat{x} - \frac{v_0}{2} \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}} \hat{y}; x = x_0 + v_0 t$

7. Promatrač koji stoji na peronu primjetio je da je prvi vagon vlaka koji stiže u postaju prošao pored njega za 4s, a drugi za 5 s. Ako se prednji kraj vlaka zaustavio na udaljenosti od 75m od promatrača, nađite usporenje vlaka ako je ono bilo jednoliko u vremenu. Napomena: pretpostavljamo da vlak nema lokomotivu, već počinje prvim vagonom.

R:  $a = 0.25\text{m/s}^2$

8. Kutna akceleracija  $\alpha \hat{z}$  tijela mase  $m$  koje se giba po kružnici radijusa  $R$  u  $x - y$  ravnini ovisi o vremenu kao:  $\alpha(t) = ct \sin(bt)$ . Koje su dimenzije konstanti  $c$  i  $b$ , ako vrijeme mjerimo u sekundama? Kako centripetalna sila ovisi o vremenu ako je početna kutna brzina  $\omega_0 = 0$ ?

R:  $F_{cp} = mR(\frac{c}{b})^2 [\frac{1}{b} \sin(bt) - t \cos(bt)]^2$

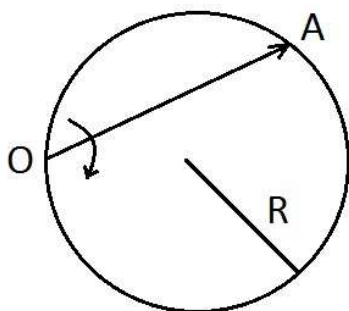
9. Točkasta masa A giba se s usporenjem duž kružnice polumjera  $R$  tako da su u bilo kojem trenutku iznosi tangencijalnog i radijalnog ubrzanja jednaki po iznosu. U početnom trenutku brzina točke je  $v_0$ . Nađite:

(a) brzinu točkaste mase kao funkciju vremena i prijeđenog puta  $s$ ,

(b) ukupno ubrzanje točkaste mase kao funkciju brzine i prijeđenog puta.

R: a)  $v_t = \frac{v_0}{1 + \frac{v_0 t}{R}}$ ,  $v_t = v_0 e^{-\frac{s}{R}}$  b)  $a = \sqrt{2} \frac{v_t^2}{R}$ ,  $a = \sqrt{2} \frac{v_0^2}{R} e^{-2\frac{s}{R}}$

10. Točkasta masa A giba se po kružnici polumjera  $R$  tako da njem radij vektor s ishodištem u točki O kruži konstantnom kutnom brzinom  $\omega$  (vidi sliku). Nađite iznos brzine točke A te njeno ubrzanje. R:  $v = 2\omega R$ ,  $a = 4\omega^2 R$



11. Tri tijela mase  $m_1$ ,  $m_2$  i  $m_3$  međusobno su spojena nitima. Treće tijelo povlačimo silom  $T_3$ . Kolike su napetosti  $T_1$  i  $T_2$  ovih niti:
- Ako je podloga savršeno glatka,
  - ako je faktor trenja prema podlozi  $\mu$ ?
12. Na kosini kuta  $\alpha = 37^\circ$  nalaze se tijela mase  $m_1 = 2\text{kg}$  i  $m_2 = 4\text{kg}$ . Faktori trenja između podloge i tijela su  $\mu_1 = 0.3$  i  $\mu_2 = 0.1$ .
- Kolika je akceleracija tijela masa  $m_1$  i  $m_2$  uz pretpostavku da u početnom trenutku tijela miruju.
  - Kolika je sila međudjelovanja?
  - Odredite najmanji kut  $\alpha_0$  kod kojeg dolazi do klizanja.

R:  $a = 4.6\text{m/s}^2$ ,  $F = 2.09\text{N}$ ,  $\tan \alpha' = 0.1667$

13. Na tijelo mase  $m$  djeluje konstantna sila  $F$  pod kutem  $\alpha$  prema pravcu gibanja. Sila trenja između podloge i tijela,  $F_{tr} = F_0 + kv$  (za sporo gibanja otpor zraka pri gibanju tipično je proporcionalan brzini). Odredite brzinu i ubrzanje tijela u trenutku  $t$  ako je u  $t = 0$  brzina tijela 0. Nacrtajte grafove  $v(t)$  i  $a(t)$ , objasni je li ponašanje  $v(t \rightarrow \infty)$  i  $a(t \rightarrow \infty)$  očekivano i zašto?

R:  $v = \frac{F \cos \alpha - F_0}{k} (1 - e^{-\frac{k}{m}t})$

14. Kolica mase  $m_0$  počinjemo vući konstantnom silom  $F$  iz stanja mirovanja. U tom trenutku na njih počne padati pijesak stalnim masenim protokom  $\mu = \frac{dm}{dt}$ . Nađi  $a(t)$ ,  $v(t)$  i  $s(t)$ . Do kojeg vremena  $t'$  vrijede ove relacije?

R:  $v = \frac{Ft}{m_0 + \mu t}$ ,  $s = \frac{F}{\mu} [t + \frac{m_0}{\mu} \ln \frac{m_0}{m_0 + \mu t}]$

15. Malo tijelo počinje klizati s vrha glatke kugle radijusa  $R$ . Nađite kut  $\phi_0$  koji odgovara točki u kojoj tijelo napušta kuglu, te brzinu tijela u toj točki.

R:  $\phi_0 = 0.73\text{rad}$ ,  $v_0 = \sqrt{2Rg/3}$

16. Kolica se gibaju udesno akceleracijom  $1/3g$ . Na njima se nalazi velika kutija  $M$ , a na toj kutiji mala kutija mase  $m$  ( $M = 2m$ ). Faktor trenja između kutija i velike kutije i kolica je  $\mu$ . Koliki mora biti faktor trenja da bi sustav mirovao.
17. Kosina mase  $m_1$  i kuta  $\theta$  može kliziti po horizontalnoj podlozi. Na kosini se nalazi tijelo mase  $m_2$ . Faktor trenja između podloge i kosine je  $\mu_1$ , a između kosine i tijela  $\mu_2$ . Izračunajte kolika je akceleracija kosine ako pustimo da se sistem giba? Provjeri da li rješenje ima smisla za  $\mu_1 = \mu_2 = 0$ . (Pretpostavljamo da su faktori trenja mali, tj. da neće spriječiti masu i kosinu da se gibaju.)  
 R:  $a = -\frac{\mu_1 m_1 + m_2 \cos \theta x}{m_1 - m_2 \sin \theta x}$ ;  $x = (\mu_1 + \mu_2) \cos \theta - (1 - \mu_1 \mu_2) \sin \theta$
18. Glatki štap rotira konstantnom brzinom od  $2 \text{ rad/s}$  oko jednog svog kraja. Po njemu može kliziti tijelo mase  $500\text{g}$  koje kreće s osi rotacije početnom brzinom od  $1 \text{ m/s}$ . Nađite Coriolisovu silu na tijelo u sustavu vezanom za štap u trenutku kad je tijelo udaljeno  $50\text{cm}$  od osi rotacije.  
 R:  $-2.83\text{N } \hat{\phi}$
19. Puška je uperana u pravcu vertikalne linije na meti koja stoji na sjeveru. Koliko će se metak odkloniti od linije i u kojem smjeru u trenutku kad pogodi metu. Puška stoji na geografskoj širini  $60^\circ$ , brzina metka je  $900 \text{ m/s}$ , a udaljenost od mete  $1000\text{m}$ . Zanemri otpor zraka i utjecaj centrifugalne sile.  
 R:  $\approx 7\text{cm}$  na istok

20. Tijelo mase  $M$  s malim diskom mase  $m$  na njemu miruje na glatkoj podlozi. Disku je potom dana horizontalna brzina  $v$  (vidi sliku). Do koje će visine u odnosu na početni položaj doći disk nakon što napusti tijelo  $M$ .

Rj:  $h_{max} = \frac{v^2}{2g} \frac{M}{m+M}$

21. Tri identična diska A, B i C miruju na glatkoj podlozi (vidi sliku). Disku A je dana brzina  $v$ , nakon čega se elastično i istodobno sudara s oba diska B i C. Udaljenost između centara diska B i C je  $\eta$  puta veća od promjera diska. Nađi brzinu diska A nakon sudara. Za koje će se vrijednosti  $\eta$  disk A: odbiti nazad, stati, nastaviti se gibati naprijed?

Rj:  $v_A = \frac{\eta^2 - 2}{6 - \eta^2} v$

22. Preko koloture fiksirane za strop prebačena je nit . Na nit je s jedne strane obješen uteg mase  $M$ , a s druge strane ljestve u čijem podnožju stoji čovjek mase  $m$  (ukupna masa čovjeka i ljestvi je  $M$ ). Čovjek se popne za visinu  $l'$  u sustavu ljestvi i stane. Koliko se pomakao centar mase sistema.

Rj:  $\Delta r_c = \frac{ml'}{2M}$

23. Top mase  $M$  počne kliziti niz kosinu kuta  $\alpha$  prema horizontali. Nakon što je top prešao udaljenost  $l$ , ispuca granatu u horizontalnom smjeru impulsa  $p$ . Kao posljedica toga top staje. Ako zanemarimo masu granate u odnosu na top, odredi duljinu trajanja pucnja.

Rj:  $\Delta t = \frac{p \cos \alpha - M \sqrt{2gl \sin \alpha}}{Mg \sin \alpha}$

24. Čestice mase  $m_1$  sudara se elastično s mirujućom masom  $m_2$ . Koji udio kinetičke energije masa  $m_1$  izgubi tokom sudara, ako:

(a) se odbije pod pravim kutom u odnosu na upadni pravac gibanja?

(b) je sudar centralni?

Rj: a)  $\eta = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}$  b)  $\eta = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}$