

1B. Mjerenje viskoznosti viskozimetrom s padajućom kuglicom

1. Ključni pojmovi

Newtonova tekućina, Stokesov zakon, unutarnje trenje, viskoznost

2. Teorijski uvod

Viskoznost: Gibaju li se dva paralelna sloja tekućine ili plina u istom smjeru, ali različitim brzinama, među njima djeluju sile koje nastoje smanjiti gradijent brzine. Prema Newtonu, sila unutarnjeg trenja u tom slučaju jest

$$\vec{F}_v = S\eta \frac{d\vec{u}}{dz}, \quad (1)$$

gdje je S površina slojeva, $d\vec{u}/dz$ je gradijent brzine okomito na plohu, a η je koeficijent unutarnjeg trenja ili dinamička viskoznost (jedinica je $1\text{ kg m}^{-1}\text{ s}^{-1}=1\text{ Pa s}$). Taj je zakon formalno identičan za tekućine i plinove, ali su uzroci trenja posve različiti. Uzrok unutarnjeg trenja tekućina su međumolekularne sile koje se protive posmicanju susjednih ploha. Kod plinova, naprotiv, difuzija molekula među slojevima uzrokuje izmjenu impulsa i time izjednačava brzine susjednih slojeva, što je ekvivalentno sili trenja među slojevima. Taj je proces znatno manje učinkovit od djelovanja međumolekularnih sila u tekućinama, tako da su plinovi znatno manje viskozni. Razlika između navedenih dvaju procesa uočava se i u temperaturnoj ovisnosti η . Dok u plinovima η raste s temperaturom, u tekućinama pada prema eksponencijalnom zakonu (Andrade)

$$\eta(T) = A \exp\{B/T\}. \quad (2)$$

Faktor $\exp\{B/T\}$ je Boltzmannov faktor koji daje broj molekula koje imaju dovoljno energije da preskoče potencijalne barijere. Definiramo aktivacijsku energiju za taj proces kao $\mu = k_B B$, gdje je $k_B = 1.381 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$ Boltzmannova konstanta. Konstanta A daje nam viskoznost pri beskonačnoj temperaturi.

Viskozimetar s padajućom kuglicom: Ako kugla radijusa r pada kroz beskonačnu tekućinu, sila trenja će prema Stokesu biti

$$\vec{F}_v = -6\pi r\eta \vec{u}. \quad (3)$$

Uz silu trenja, na kuglu djeluju i sila teže \vec{T} i sila uzgona \vec{F}_u ,

$$\vec{T} = \rho_K V \vec{g}, \quad \vec{F}_u = -\rho_t V \vec{g}, \quad (4)$$

gdje je ρ_K gustoća kugle, ρ_t gustoća tekućine, a $V = 4\pi r^3/3$ volumen kugle. U realnom eksperimentu kuglica pada kroz konačnu cijev polumjera R i duljine l . Sila trenja povećava se s povećanjem omjera r/R i r/l . Ako vrijedi $l \gg R \gg r$, onda se ovisnost o l može zanemariti, a korekcija trenja \vec{F}_v uvodi se općenito na način

$$\vec{F}_v = -6\pi r\eta \vec{u} \left(1 + \frac{r}{R}\right)^n, \quad (5)$$

pri čemu je eksponent n temperaturno ovisan. Nakon što kugla prijeđe određeni put u tekućini, uspostavlja se konstantna brzina $u = l/t$. Iz uvjeta ravnoteže slijedi

$$\vec{T} + \vec{F}_u + \vec{F}_v = 0. \quad (6)$$

Uvrštavanjem jednadžbi (4) i (5) u (6), slijedi

$$\eta = \frac{2}{9} g \frac{r^2}{(1+r/R)^n} (\rho_K - \rho_l) t. \quad (7)$$

Ako kugla pada kroz cijev promjer koje je samo nešto veći od promjera kugle (viskozimetar po Höppleru), Stokesova formula neće biti dobra aproksimacija takvoga gibanja jer imamo znatno strujanje tekućine kroz uzak prolaz prema gore. Usto, kugla će nasumično udarati o stijenku cijevi. Kako bi gibanje kugle postalo reproducibilno, cijev se nagne za nekoliko stupnjeva, čime dopustimo kugli da se kotrlja po stijenci cijevi. Tada se viskoznost računa prema empirijskoj formuli

$$\eta = K (\rho_K - \rho_l) t, \quad (8)$$

pri čemu je konstantu K izmjerio proizvođač viskozimetra, a t je vrijeme potrebno da kugla prijeđe put između dviju oznaka na cijevi viskozimetra.

3. Mjerni uređaj i mjerenje

Viskozimetar s padajućom kuglicom je u jednom postavu cijev promjera $2R = 15.93$ mm u kojoj se nalazi kuglica promjera $2r = 15.66$ mm. Cijev punimo tekućinom čiju viskoznost želimo odrediti. U drugom postavu je cijev nešto većeg promjera.



Slika 1. Viskozimetar s padajućom kuglicom

Ta je cijev uronjena i učvršćena u valjkastu posudu ispunjenu vodom. Valjkasta je posuda nagnuta pod kutom od 10° i učvršćena na postolju s mogućnošću okretanja. Cijevima je povezana sa sustavom za grijanje i termostatiranje. Tekućine koje ispitujemo jesu metanol i vakuumsko ulje, a njihove viskoznosti određujemo kao funkciju temperature. Cijev viskozimetra ima na sebi oznake udaljene 10 cm, a mi pomoću elektroničkog brojača mjerimo vrijeme koje je potrebno

kuglici da prijeđe put između oznaka te na taj način određujemo njezinu brzinu. Prilikom okretanja mjerne aparature treba paziti da se valjkasta posuda učvrsti u ravnotežnom položaju. Prije mjerenja na određenoj temperaturi, potrebno je pričekati desetak minuta da se temperatura stabilizira.

U praktikumu se nalaze dva viskozimetra. Jedan je napunjen metanolom, a drugi vakuumskim uljem. Pri mjerenju temperaturne ovisnosti viskoznosti na svakoj temperaturi treba obaviti 5 mjerenja.

4. Zadaci

1. Odredite viskoznost metanola kao funkcije temperature, koristeći se formulom (8). Potrebni podaci su:

$$\text{gustoća kuglice } \rho_K = 2218 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3},$$

$$\text{gustoća metanola } \rho_{\text{meth}} = 792 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3},$$

$$\text{konstanta } K = (5.78 \pm 0.01) \cdot 10^{-8} \text{ Pa} \cdot \text{m}^3 \text{kg}^{-1}.$$

Nacrtajte funkciju $\eta(T)$ za metanol.

2. Odredite viskoznost vakuumskog ulja pri sobnoj temperaturi i pri 45 °C. Potrebni podaci su:

$$\text{gustoća kuglice } \rho_K = 2218 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3},$$

$$\text{gustoća vakuumskog ulja } \rho_{\text{ulje}} = 860 \text{ kg m}^{-3},$$

$$\text{konstanta } K = (7.79 \pm 0.03) \cdot 10^{-7} \text{ Pa m}^3 \text{kg}^{-1}.$$

3. Prikažite rezultate prvog zadatka u grafu $\log \eta - 1/T$ i provjerite valjanost relacije (2). Potrebno je upotrebljavati skalu apsolutne temperature. Odredite aktivacijsku energiju μ za metanol.

4. Usporedite rezultate i pripadne pogreške mjerenja za metanol i ulje pri sobnoj temperaturi i pri 45 °C.