

Prvi kolokvij iz Klasične mehanike 1
19. prosinca 2018

Zadaci (4×10 bodova)

Zadatak 1

(1) Odredite koliki mora biti $\alpha(y, z)$, takav da je $\alpha(0, 0) = 0$, da bi sila

$$\mathbf{F} = (y^2 \cos x + \alpha(y, z))\hat{i} + (2y \sin x - 4)\hat{j} + (3xz^2 + 2)\hat{k}$$

bila konzervativna.

(2) Kolika je brzina tijela mase $m = 1$ u ishodištu ako je u početnom trenutku ono mirovalo u točki $(\pi, 1, 0)$.

Zadatak 2

Automobil mase m giba se brzinom v_0 . U trenutku $t = 0$ dolazi do iznenadnog gašenja motora i automobil se nastavlja gibati pod utjecajem vlastite inercije. Izračunajte zaustavni put automobila ako se sila trenja ponaša po zakonu

$$F_{\text{tr}} = -\beta v(t).$$

U računu koristite metodu separacije varijabli.

Zadatak 3

Tijelo mase $m = 2$ giba se u xy ravnini i u trenutku $t = 0$ ima položaj $\mathbf{r}(0) = (0, -1)$ i brzinu $\mathbf{v}(0) = (1, 0)$. Pretpostavite da se tijelo giba u polju sile čiji je potencijal dan formulom

$$V(x, y) = x + (y + 2)^2.$$

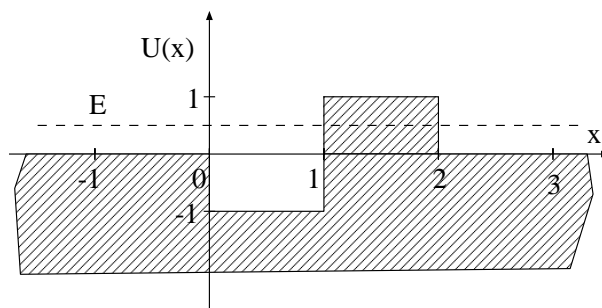
Izračunajte položaj tijela $\mathbf{r}(t)$ u kasnijem trenutku $t > 0$.

Zadatak 4

Komet mase $m \ll M_Z$ giba se prema Zemlji. Komet se nalazi na udaljenosti $r(0) = 30R_Z$ od središta Zemlje i ima moment količine gibanja $M = \sqrt{3.3mkR_Z}$. Minimalna udaljenost između kometa i Zemlje kada ne bi bilo gravitacijske sile je h , a minimalna udaljenost kad se uzme u obzir gravitacijsko polje Zemlje je $r_{\min} = 1.5R_Z$. Odredite h .

Pitanja (5 × 2 boda)

(1) Četiri različite mase nalaze se u vrhovima pravokutnika. Odaberite koordinatni sustav na način da se ishodište nalazi u centru mase.



(2) Na energetskom dijagramu na slici označite točke obrata, klasično dozvoljeno područje i klasično zabranjeno područje. Nacrtajte dijagram ovisnosti kinetičke energije o x .

(3) U sfernom koordinatnom sustavu nabla operator ima oblik

$$\nabla = \hat{r} \frac{\partial}{\partial r} + \hat{\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \hat{\varphi} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi}.$$

Odredite $\nabla \times \mathbf{F}(r, \theta, \varphi)$.

(4) Pokažite da vrijedi

$$\frac{\partial U(r)}{\partial x_2} = -\frac{\partial U(r)}{\partial (x_1 - x_2)}.$$

(5) Uvjerite se da u Keplerovom problemu dva tijela kod gibanja po elipsi vrijedi

$$E = -\frac{k}{r_{\min} + r_{\max}}.$$