

Drugi kolokvij iz Klasične mehanike 1
31. siječnja 2018

Zadaci (4×10 bodova)

Zadatak 1

Reducirana masa sustava dvojnih zvijezda masa $m_1 = m$ i $m_2 = 3m$ giba se po kružnici. Radijus kružnice po kojoj se giba lakša zvijezda je R .

- (1) Odredite momente količine gibanja prve i druge zvijezde te ukupni moment količine gibanja.
 - (2) Odredite kinetičku energiju prve i druge zvijezde, ukupnu kinetičku energiju te potencijalnu energiju.
 - (3) Skicirajte trajektorije po kojima se zvijezde gibaju.
- Rezultate izrazite pomoću m i R .

Zadatak 2

Promotrite dva istovrsna naboja Q mase m . Na početku ($t \rightarrow -\infty$) prvi naboj se giba po pravcu brzinom $\mathbf{v}_1 = 2\mathbf{v}$ a drugi naboj miruje. Udaljenost drugog naboja od pravca po kojem se giba prvi naboj je h .

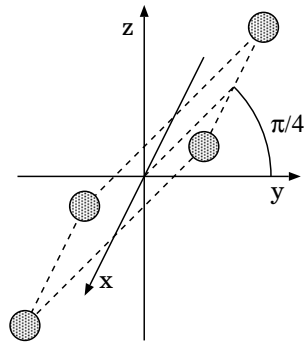
- (1) Odredite ukupnu kinetičku energiju problema u laboratorijskom sustavu i u sustavu centra mase.
 - (2) Odredite ukupni moment količine gibanja.
 - (3) Odredite parametre koji opisuju trajektoriju po kojoj se giba reducirana masa.
 - (4) Odredite kut θ koji zatvaraju asimptote trajektorije u $t \rightarrow -\infty$ i $t \rightarrow +\infty$.
- Brzina je dana sa

$$v^2 = \sqrt{\frac{3}{8}} \frac{k}{mh}.$$

Zadatak 3

Četiri tijela mase m nalaze se u vrhovima kvadrata stranica a koji je zarotiran oko x osi za kut $\pi/4$.

- (1) Odredite sve elemente tenzora momenta tromosti u koordinatnom sustavu prikazanom na slici.
- (2) Odredite kinetičku energiju rotacije u slučaju $\boldsymbol{\Omega} = (0, \Omega/\sqrt{2}, \Omega/\sqrt{2})$.



Zadatak 4

(1) Odredite elemente tenzora momenta tromosti $I_{\alpha\beta}$ šuplje kugle kada je ishodište koordinatnog sustava u centru kugle. Vanjski radijus kugle je b , unutarnji je a , a M je masa kugle. Izrazite rezultat pomoću

$$I = \frac{2}{5}M \frac{b^4 + b^3a + b^2a^2 + ba^3 + a^4}{b^2 + ba + a^2}.$$

- (2) Kako izgleda rezultat za punu kuglu,
 (3) a kako za sferu?

Pitanja (5 × 2 boda)

- (1) Napišite jednadžbu gibanja jabuke koja pada sa stabla i riješite tu jednadžbu.
- (2) Kod kulonskog $q_1q_2 > 0$ problema odredite za koji e je radijus $r(\varphi(0))$ jednak $|p|$.
- (3) Zašto je kutna brzina svih čestica koje tvore kruto tijelo ista?
- (4) Napišite integralni oblik za I_{xx}^{CM} za cilindrični štap gdje je os x okomita na os štapa. Na koji način bi rješavali te integrale?
- (5) Pokažite da je $A^T A = 1$ za rotaciju oko z osi za kut φ .