

Drugi kolokvij iz Klasične mehanike 1
5. veljače 2019

Zadaci (4×10 bodova)

Zadatak 1

Dvije zvijezde masa $m_1 = m$ i $m_2 = 3m$ gibaju se u sustavu centra mase po elipsama. Omjer potencijalnih energija u pericentru i apocentru je 3. Položaj druge zvijezde u apocentru je R .

- (1) Odredite jednadžbe trajektorija obadvije zvijezde i nacrtajte te trajektorije.
- (2) Koliki je ukupni moment količine gibanja?

Zadatak 2

(1) Reducirana masa sustava od dva tijela jednakih masa $m_1 = m_2 = m$, ukupne energije u sustavu centra mase $E > 0$, giba se po trajektoriji čiji je parametar p . Napišite izraze za jednadžbe trajektorija reducirane mase i obadva tijela pomoću p i E .

(2) Nacrtajte sve tri trajektorije.

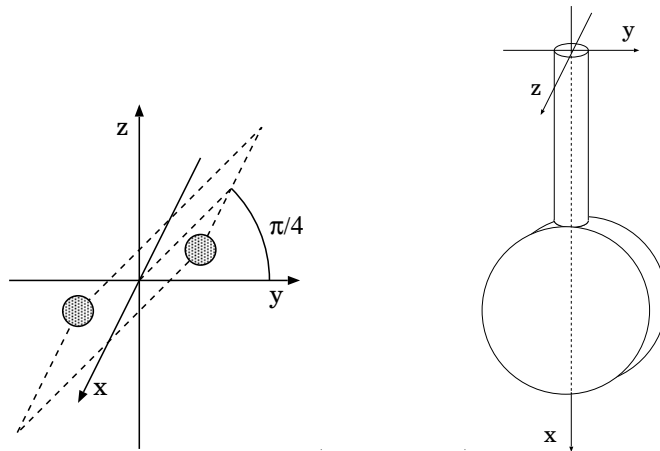
(3) Dva naboja istih masa, $m_1 = m_2 = m$, i naboja istog iznosa ali suprotnog predznaka, $Q_1 = -Q_2 = Q$, u $t \rightarrow -\infty$ gibaju se po dva paralelna pravca brzinama $\mathbf{v}_1 = -\mathbf{v}_2 = \mathbf{v}$, gdje je $v^2 = (k/2mh)$, a h je udaljenost između ta dva pravca. Napišite izraze za jednadžbe trajektorija ta dva naboja i nacrtajte trajektorije.

Zadatak 3

Dva tijela mase m nalaze se u suprotnim vrhovima kvadrata stranica a kao što je prikazano na slici. Kvadrat je zarotiran oko x osi za kut $\pi/4$.

(1) Odredite sve elemente tenzora momenta tromosti u koordinatnom sustavu prikazanom na slici.

(2) Odredite kinetičku energiju rotacije u slučaju $\boldsymbol{\Omega} = (0, \Omega/\sqrt{2}, \Omega/\sqrt{2})$.



Zadatak 4

- (1) Odredite sve elemente tenzora $I_{\alpha\beta}^{CM}$ za cilindar mase m , radijusa r i visine h .
- (2) Njihalo zidnog sata sastoji se od cilindričnog štapa mase m , radijusa $r = a$ i visine $h = 10a$ i utega mase M , radijusa $R = 5a$ i visine $v = 2a$. Koristeći rezultat zadatka (1) odredite element tenzora tromosti njihala I_{zz} u koordinatnom sustavu prikazanom na slici.

Pitanja (5 × 2 boda)

- (1) Iz drugog Keplerovog zakona odredite omjer brzina planeta u pericentru i apocentru.
- (2) Kod kulonskog $q_1q_2 > 0$ problema odredite za koji e je radijus $r(\varphi(0))$ jednak $2|p|$.
- (3) Zašto je brzina translacije svih čestica koje tvore kruto tijelo ista?
- (4) Napišite integralni oblik za I_{xx}^{CM} za šuplju kuglu. Na koji način bi rješavali te integrale?
- (5) Napišite izraz $\mathbf{x}' = A\mathbf{x}$ u matričnom obliku i izvrijednite produkt matrica u slučaju gdje A opisuje rotaciju oko z osi za kut φ .