

## KLASIČNA MEHANIKA 1 (prof.) - PITANJA

1. Definirajte prostor i vrijeme. Objasnite invarijantnost fizikalnih zakona na translaciju/rotaciju u vremenu i prostoru, tj. homogenost i izotropnost prostora i vremena.
2. Pomoću Newtonovog determinizma i Galilejeve grupe transformacija izvedite Newtonovu jednadžbu te prvi Newtonov zakon.
3. Izvedite zakone sačuvanja impulsa i momenta impulsa za zatvoreni sustav  $N$  tijela koji interagiraju centralnom silom. Komentirajte nezatvoreni sustav.
4. Definirajte pojam rada  $W$ . Dokažite da za sustav od  $N$  tijela koji uzajamno međudjeluju vrijedi  $W_{AB} = T_B - T_A$ .
5. Objasnite što su to konzervativne sile. Pokažite kako nam zahtjev konzervativnosti sile omogućava da uvedemo potencijalnu energiju  $U(\mathbf{r})$ . Izvedite zakon sačuvanja energije za gibanje tijela u polju konzervativne sile. Komentirajte nekonzervativne sustave.
6. Napišite Newtonovu jednadžbu koja opisuje gibanje tijela mase  $m$  u jednoj dimenziji u potencijalu  $U(x)$ . Pomoću Newtonove jednadžbe izvedite zakon sačuvanja energije  $E = U(x) + mv^2/2$ . Za proizvoljni potencijal  $U(x)$  i enegiju  $E$  označite: a) klasično zabranjeno područje, b) klasično dozvoljeno područje, c) točke obrata, d) kinetičku energiju tijela u pojedinoj točki  $x$ .
7. Pomoću zakona sačuvanja energije  $E = U(x) + mv^2/2$  izvedite implicitnu jednadžbu trajektorije  $t(x)$  za zadani početni uvjet  $x(0) = x_0$  i  $v(0) = v_0$ . Navedenu metodu primjenite na rješavanje gibanja tijela u polju harmoničke sile  $\mathbf{F}(x) = -kx\hat{i}$ , za  $v_0 = 0$ .
8. Izvedite implicitnu (integralnu) jednadžbu za gibanje tijela u mediju koji pruža otpor oblika  $F_o = -\beta v^\alpha$ . Pretpostavite da na tijelo djeluje konstantna vanjska sila  $F$ .

9. Riješite Newtonovu jednadžbu za brzinu tijela  $v(t)$  koje slobodno pada u polju gravitacijske sile i na koje djeluje sila otpora zraka  $F_o = -\beta v$ . Pretpostavite da tijelo ima početnu brzinu  $v(0) = v_0$ . Izvedite izraz za akceleraciju tijela  $a(t)$ .
10. Riješite Newtonovu jednadžbu za položaj tijela  $x(t)$  koje slobodno pada u polju gravitacijske sile i na koje djeluje sila otpora zraka  $F_o = -\beta v$ . Pretpostavite da tijelo ima početni položaj  $x(0) = 0$  i početnu brzinu  $v(0) = v_0$ .
11. Za tijelo koje slobodno pada u polju gravitacijske sile i na koje djeluje sila otpora zraka  $F_o = -\beta v$  skicirajte graf položaja tijela  $x$  u ovisnosti o vremenu  $t$ . Pretpostavite da tijelo ima početni položaj  $x(0) = 0$  i početnu brzinu  $v(0) = v_0$ . Analizirajte limese  $t = \delta t$ ,  $t \rightarrow \infty$  i  $\beta \rightarrow 0$ .
12. Za tijelo koje slobodno pada u polju gravitacijske sile i na koje djeluje sila otpora zraka  $F_o = -\beta v$  skicirajte graf brzine tijela  $v$  u ovisnosti o vremenu  $t$ . Pretpostavite da tijelo ima početnu brzinu  $v(0) = v_0$ . Analizirajte limese  $t = \delta t$ ,  $t \rightarrow \infty$  i  $\beta \rightarrow 0$ .
13. Za tijelo koje slobodno pada u polju gravitacijske sile i na koje djeluje sila otpora zraka  $F_o = -\beta v$  skicirajte graf akceleracije tijela  $a$  u ovisnosti o vremenu  $t$ . Pretpostavite da tijelo ima početnu brzinu  $v(0) = v_0$ . Analizirajte limese  $t = \delta t$ ,  $t \rightarrow \infty$  i  $\beta \rightarrow 0$ .

14. Transformirajte Newtonove jednadžbe za gibanje apsolutnih koordinata  $\mathbf{r}_1$  i  $\mathbf{r}_2$  dvaju tijela u međusobnoj interakciji u Newtonove jednadžbe za gibanje centra mase  $\mathbf{R}_{\text{CM}}$  i relativne koordinate  $\mathbf{r}$ .
15. Izvedite izraz za vektor položaja  $\mathbf{r}$ , brzinu  $\mathbf{v}$  i kinetičku energiju  $T$  u sfernim koordinatama.
16. Dokažite da je za centralne sile  $\mathbf{F} = f(r)\mathbf{r}_0$  moment impulsa očuvan  $\dot{\mathbf{M}} = 0$ . Koristeći ovu činjenicu izvedite Newtonovu jednadžbu za relativno gibanje dvaju tijela  $\mathbf{r}$  u polarnim koordinatama. Dokažite da jednadžba u  $\phi_0$  smjeru vodi na zakon sačuvanja moment impulsa  $M_z = \text{konst}$ , a jednadžba u  $\mathbf{r}_0$  smjeru opisuje 1D gibanje u efektivnom potencijalu  $U_{\text{eff}}(r)$ .
17. Iz Newtonove jednadžbe za radijalnu koordinatu  $r$  izvedite zakon sačuvanja energije relativnog gibanja  $\mu\dot{r}^2/2 + U_{\text{eff}}(r) = E$ . Napišite i skicirajte efektivni potencijal  $U_{\text{eff}}(r)$ . Dajte kvalitativni opis relativnog gibanja za slučajeve: a)  $E = E_{\text{min}}$ , b)  $E_{\text{min}} < E < 0$  i c)  $E_{\text{min}} \geq 0$ .
18. Koristeći zakon sačuvanja energije  $\mu\dot{r}^2/2 + U_{\text{eff}}(r) = E$  i momenta impulsa  $M_z$  izvedite implicitnu (integralnu) jednadžbu trajektorije  $\phi(\phi_0, r_0, r)$ .
19. Integrirajte implicitnu jednadžbu trajektorije  $\phi(\phi_0, r_0, r)$  te izvedite eksplicitnu jednadžbu trajektorije  $r(\phi)$  za gibanje u Keplerovom potencijalu  $U(r) = -k/r; k > 0$ . Definirajte ekscentricitet  $e$  i parametar orbite  $p$ .
20. Analizirajte jednadžbu orbite  $r(\phi)$  za gibanje u Keplerovom potencijalu  $U(r) = -k/r; k > 0$  za slučajeve kada je  $E_{\text{min}} \leq E < 0$ . Izvedite i skicirajte jednadžbu orbite u kartezijevom koordinatnom sustavu. Označite ishodište  $O$ , fokuse  $F_1$  i  $F_2$ , malu i veliku poluos  $a$  i  $b$ , pericentar  $r_{\text{min}}$  i apocentar  $r_{\text{max}}$ .
21. Analizirajte jednadžbu orbite  $r(\phi)$  za gibanje u Keplerovom potencijalu  $U(r) = -k/r; k > 0$  za slučajeve kada je  $E \geq 0$ . Izvedite i skicirajte jednadžbu orbite u kartezijevom koordinatnom sustavu. Označite ishodište  $O$ , fokuse  $F_1$  i  $F_2$ , veliku i malu poluos  $a$  i  $b$ , pericentar  $r_{\text{min}}$  i apocentar  $r_{\text{max}}$ .

22. Skicirajte gibanje apsolutnih koordinata  $\mathbf{r}_1$  i  $\mathbf{r}_2$  dvaju tijela  $m_1 = m_2 = m$  koja se privlače silom  $\mathbf{F}(r) = -k/r^2 \mathbf{r}_0$ ;  $k > 0$  u slučaju kada im je relativna enegija  $E_{\min} < E < 0$ .
23. Objasnite i izvedite prvi i drugi Keplerov zakon.
24. Izvedite treći Keplerov zakon i primjenite ga na izvod Newtonovog zakona gravitacije.
25. Integrirajte implicitnu jednadžbu trajektorije  $\phi(\phi_0, r_0, r)$  te izvedite eksplicitnu jednadžbu trajektorije  $r(\phi)$  za gibanje u kulonskom potencijalu  $U(r) = -k/r$ ;  $k < 0$ . Definirajte ekscentricitet  $e$  i parametar  $p$  orbite.
26. Analizirajte jednadžbu orbite  $r(\phi)$  za gibanje u kulonskom potencijalu  $U(r) = -k/r$ ;  $k < 0$ . Izvedite i skicirajte jednadžbu orbite u kartezijevom koordinatnom sustavu. Označite ishodište  $O$ , fokuse  $F_1$  i  $F_2$ , veliku i malu poluos  $a$  i  $b$ , pericentar  $r_{\min}$  i apocentar  $r_{\max}$ .
27. Objasnite pojam krutog tijela. Izvedite izraz za brzinu proizvoljne materijalne točke krutog tijela  $\mathbf{v}_n$  obzirom na laboratorijski sustav  $(x', y', z')$ . Pretpostavite da koordinatni sustav krutog tijela  $(x, y, z)$  rotira oko proizvoljne osi koja prolazi ishodištem tog sustava  $O$ . Također, ishodište  $O$  se translacija obzirom na ishodište  $O'$ .
28. Izvedite kinetičku energiju  $T$  krutog tijela obzirom na laboratorijski sustav  $(x', y', z')$ . Pretpostavite da koordinatni sustav krutog tijela  $(x, y, z)$  rotira oko proizvoljne osi koja prolazi ishodištem tog sustava  $O$ . Također, ishodište  $O$  se translacija obzirom na ishodište  $O'$ . Pretpostavite da ishodište  $O$  nije u centru mase krutog tijela. Objasnite pojedine članove.
29. Definirajte tenzor momenta tromosti  $I_{\alpha\beta}$  obzirom na proizvoljni koordinatni sustav  $(x, y, z)$ . Prikažite tenzor momenta tromosti  $I_{\alpha\beta}$  pomoću tenzora momenta tromosti  $I_{\alpha\beta}^{\text{CM}}$ . Pretpostavite da je  $I_{\alpha\beta}^{\text{CM}}$  definiran s obzirom na sustav  $(x', y', z')$  koji je nastao translacijom sustava  $(x, y, z)$  u centar mase krutog tijela. Komentirajte primjer šupljeg valjka.

30. Uvedite ortogonalnu transformaciju 3D rotacije te prikžite tenzor momenta tromosti  $I'_{\alpha\beta}$  definiranog u koordinatnom sustavu  $(x', y', z')$  pomoću tenzora momenta tromosti  $I_{\alpha\beta}$  definiranog u koordinatnom sustavu  $(x, y, z)$ . Pretpostavite da  $(x, y, z)$  i  $(x', y', z')$  imaju zajedničko ishodište.
31. Izvedite moment impulsa krutog tijela  $\mathbf{M}$  tako da ga izrazite pomoću tenzora momenta tromosti  $I_{\alpha\beta}$ .