

Prvi kolokvij iz Klasične mehanike 2
15. svibnja 2019

Zadaci (4×10 bodova)

Zadatak 1

Tijelo mase m bačeno je s vrha zgrade horizontalno prema sjeveru brzinom v_0 . Visina zgrade je h i nalazi se na geografskoj širini $\Phi = \pi/2 - \theta$.

(1) Izračunajte položaj tijela za $t > 0$.

(2) Odredite položaj tijela u trenutku pada na površinu Zemlje za $m = 1$ kg, $v_0 = 10$ m/s, $h = 80$ m i $\Phi = 45^\circ$. Kutna brzina Zemlje je $\omega = 7.27 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ te $g \approx 10 \text{ m/s}^2$.

Zadatak 2

Promotrite sustav opisan s Lagrangeovom funkcijom

$$\mathcal{L} = \frac{(m_1 + m_2)l^2}{2}\dot{\theta}_1^2 + \frac{m_2l^2}{2}\dot{\theta}_2^2 + m_2l^2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + (m_1 + m_2)gl \cos \theta_1 + m_2gl \cos \theta_2.$$

Odredite oblik Euler-Lagrangeovih jednadžbi gibanja.

Zadatak 3

Tijelo mase m giba se u potencijalu oblika

$$U(x) = A \cosh(\alpha x - 1),$$

gdje je $A, \alpha > 0$. Izračunajte frekvenciju oscilacija za male pomake iz položaja stabilne ravnoteže.

Zadatak 4

Promotrite tri identična matematička njihala čija objesišta leže na pravcu i udaljena su za a_0 . Susjedna njihala su spojena elastičnim oprugama konstante elastičnosti k_1 i duljine a_0 .

(1) Napišite Lagrangeovu funkciju problema u kartezijevom koordinatnom sustavu te odredite pripadnu Lagrangeovu funkciju \mathcal{L}_{SO} .

(2) Odredite Euler-Lagrangeove jednadžbe koje opisuju male oscilacije oko položaja stabilne ravnoteže te pripadne frekvencije oscilacija.

(3) Za titranja s najmanjom frekvencijom odredite i vlastiti vektor.

Pitanja (5×2 boda)

- (1) Kada bi Zemlja počela usporavati kutnim ubrzanjem $\dot{\omega} < 0$, koliku bi silu osjećalo tijelo mase m u Zagrebu? Koji je smjer te sile?
- (2) Na kojoj geografskoj širini $\Phi = \pi/2 - \theta$ je kutna brzina rotacije ravnine titranja Foucaultovog njihala dva puta manja od kutne brzine rotacije Zemlje.
- (3) Kod gibanja tijela u centalnosimetričnom potencijalu izrazite M_φ^2 pomoću konstanti gibanja.
- (4) Izračunajte koliko je

$$\frac{\partial \dot{\mathbf{x}}_i}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial \mathbf{x}_i}{\partial q_j}.$$

- (5) Odredite generalizirane sile kod dvostrukog matematičkog njihala.