

Rješenje 11: Barionska simetrija

I. Picek, Fizikalna kozmologija

Do razvezivanja dolazi kada je srednji slobodni put duži od veličine horizonta

$$H^{-1} < 1/n_N \langle \sigma v \rangle. \quad (1)$$

Ako pretpostavimo da je svemir dominiran zračenjem vrijedi

$$H^2 = \frac{\pi^2 g T^4}{90 M_{pl}^2}. \quad (2)$$

Gornja relacija je dobivena tako da se krene od prve Friedmannove jednačbe

$$H^2(t) + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G \rho}{3}, \quad (3)$$

te se prvo zanemari član sa zakrivljenošću k . To se može opravdati činjenicom da u vrlo ranom svemiru prevladava zračenje, koje se ponaša kao $\rho \sim a^{-4}$ (prisjetimo se da je $\rho \sim a^{-3(1+\alpha)}$, gdje je α član u relaciji $p = \alpha\rho$), te je član sa a^{-2} ovisnosti zanemariv. Energijska gustoća relativističkih čestica je dana sa

$$\rho_i = \frac{g_i}{(2\pi)^3} \int E_i(\mathbf{p}) f_i(\mathbf{p}) d^3p, \quad (4)$$

gdje je

$$f_i(\mathbf{p}) = \frac{1}{e^{E_i/T} \pm 1}, \quad (5)$$

gdje se treba uzeti + predznak za bozone, te - za fermione. U gornjem izrazu smo zanemarili kemijski potencijal. U ultra-relativističkoj aproksimaciji, $T/m \gg 1$, gornji integral se svodi na

$$\rho = \frac{g_i}{6\pi^2} \int_0^\infty \frac{E^3 dE}{e^{\frac{E}{T}} \pm 1}, \quad (6)$$

što daje rezultat

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{\pi^2}{30} g_i T^4 && \text{bozoni} \\ \rho &= \frac{7}{8} \times \frac{\pi^2}{30} g_i T^4 && \text{fermioni} \end{aligned} \quad (7)$$

Relacija (2) se dobiva kombiniranjem (3) i prvog izraza iz (7).

Instruktivno je pogledati g_{eff} za slučaj stanardnog modela na temperaturi 1 TeV, kada su sve čestice u ravnoteži. Ukupni broj unutarnjih stupnjeva slobode za fermione je 90 dok je za bozone 28, tako da je ukupno

$$g_{eff}(1TeV) = 28 + 7/8 \cdot 90 = 106.75. \quad (8)$$

S druge strane, ako su nukleoni nerelativistički

$$n_N = g_N \left(\frac{m_N T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-m_N/T} \quad (9)$$

što je pokazano u vježbama 8. Tada se za $m_N=938$ MeV uz zadani $\langle \sigma v \rangle = 135^2$ MeV², $g \approx 10$ i $g_N = 4$, nalazi da je $T_{dec} \approx 14.1$ MeV.

Na toj temperaturi je omjer broja nukleona i fotona dan sa

$$\frac{n_N}{n_\gamma} = \frac{g_N \left(\frac{m_N T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-m_N/T}}{2 \frac{1.2022 T^3}{\pi^2}} = 7.3 \times 10^{-27}, \quad (10)$$

što se ne mijenja do danas. U stvarnosti, temperatura razvezivanja je oko 22 MeV, čime omjer postaje oko 10^{-19} , te je još uvijek puno manji od opaženog 6×10^{-10} .