

Poglavlje 4

Dinamika kvarkova i hadrona

Iako kompleksan spektar hadronskih stanja nalazi jednostavno objašnjenje u Gell-Mann–Zweigovoj pretpostavci kvarkova iz 1964. godine, trebalo je dosta vremena da kvarkovska slika postane opće prihvaćenom. Pokusi kroz koje je takva slika ustanovljena uopće se nisu osnivali na kvarkovskoj slici. Rezultati tih pokusa bila su iznenađenja – otkrića, koja se nisu uklapala u tada prevladavajuću sliku “nuklearne demokratičnosti”, po kojoj bi svaka čestica bila građena od svih ostalih.

S jedne strane otkrivana su nova vezana stanja kvarka i antikvarka (mezonska stanja) u procesima elektron-pozitron anihilacije na sudarivačima. S druge strane postignut je napredak u procesima elektron-proton raspršenja, od elastičnih u kojima je mjereno polumjer protona, preko neelastičnih do duboko-neelastičnih u kojima se zatočeni “matematički” kvarkovi¹ ostvaruju u kvarkovsko-partonskoj slici. Tim je pokusima utvrđeno i da kvarkovi posjeduju dodatan stupanj slobode — da se pojavljuju u tri boje. Na taj novi naboj vežu se gluoni (baždarni bozoni) koji za razliku od fotona i sami nose naboj boje. Tako je putem elektromagnetskih procesa otkrivena mnogo bogatija dinamika boja, **QCD**.

4.1 Naznake kvarkovske podstrukture

Iako leptoni, elektron i pozitron, ne ulaze izravno u jako međudjelovanje, oni to mogu učiniti posredno, preko lanca procesa

$$e^+ + e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow q + \bar{q} \rightarrow \text{hadroni} .$$

Naime, kvarkovi koji grade hadrone, putem svojeg električnog naboja sudjeluju u elektromagnetskom međudjelovanju (u ovom slučaju, izmjeni virtualnog fotona).

¹Gell-Mannova nomenklatura za kvarkove koji se ne mogu pojavljivati zasebno, za razliku od “realnih” kvarkova, koji bi se eventualno mogli

Štoviše, oni sudjeluju i u elektroslabom međudjelovanju, primjerice u važnom procesu anihilacije na Z rezonanci, koja je izučna u milionskim serijama na LEP-sudarivaču na CERN-u:

$$e^+e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow q + \bar{q} \rightarrow \text{hadroni} .$$

Najprije ćemo se usredotočiti na elektromagnetske procese koji su vodili na otkriće hadronskih rezonanci.

4.1.1 Poništenje e^+e^- na hadronskim rezonancama

Proces stvaranja parova $\mu^+\mu^-$ u elektron-pozitron sudarima ukupne energije E , čiji smo udarni presjek izračunali u prošlom poglavlju,

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{4\pi\alpha^2}{3E^2} , \quad (4.1)$$

referentni je proces na temelju kojega su otkriveni novi fundamentalni fermioni. Naime, kad je mjerenje omjera udarnih presjeka

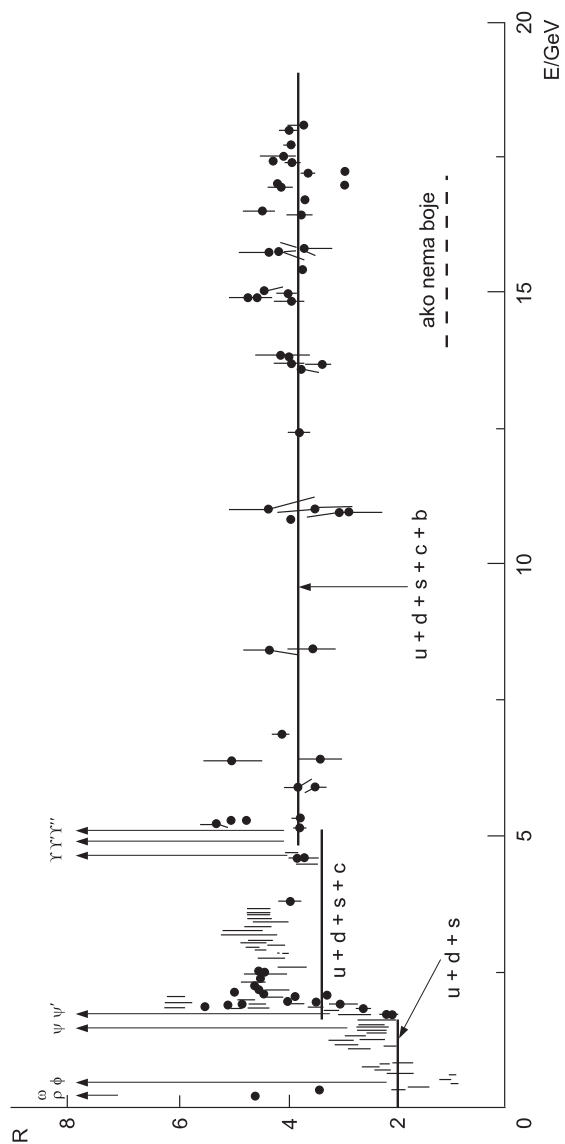
$$R_{e^+e^-}(E) = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow \text{hadroni})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow \mu^+\mu^-)} \quad (4.2)$$

zašlo u područje GeV-a, ta je veličina počela pokazivati neobično ponašanje prikazano na sl. 4.1. Umjesto konstantnog ponašanja $R(E) = \sum_i Q_i^2$ koje se očekuje iz bazičnog procesa stvaranja kvark-antikvark para² $\bar{q}_i q_i$ (umjesto $\mu^+\mu^-$ para) na energiji E većoj od dvije mase kvarka, niz pokusa je ukazivao na prividno linearni porast omjera R s energijom. Sustavno izučavanje snopovima energije E_{snopa} u intervalu (1.2, 2.4) GeV, u koracima od po 100 MeV, započelo je 1973. na ubrzivaču SPEAR (od engl. *Stanford Positron Electron Asymmetric Ring*) od strane SLAC-LBL ekipe. Reanaliza podataka u jesen 1974. god. razotkrila je ogromnu, ali vrlo usku rezonancu smještenu na $2E_{snopa} = 3.1$ GeV, nazvanu Ψ -rezonancom. Isti rezultat je gotovo istovremeno nađen u potpuno različitom eksperimentu u Brookhavenu, pri mjerenju vrhova u raspodjeli e^+e^- parova iz hadronskih sudara

$$p + Be \rightarrow e^+ + e^- + X .$$

Grupa s MIT-a predvođena Samuelom Tingom nalazi u nizu vrhova–rezonanci ρ, ω, φ i novu rezonancu J , na 3.1 GeV. Proglašenje obaju otkrića 11. studenog 1974. godine označeno je u fizici kao “novembarska revolucija 1974”. Usvojeno ime J/Ψ podudara se s oznakom čuvenog španjolskog sherryja Valdespino, a u

²Sami hadroni nastaju sekundarnim kompliciranim dinamičkim procesom, “hadronizacijom kvarkova”



Slika 4.1: Omjer R prikazan u ovisnosti o energiji elektrona izraženoj u GeV-ima

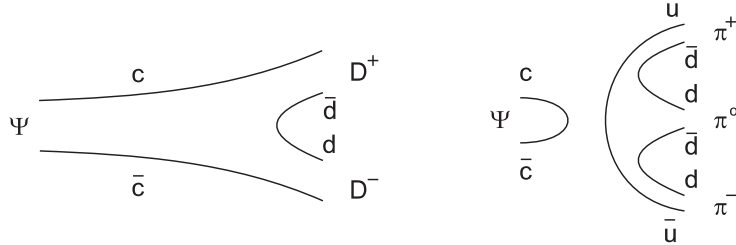
žargonu se govori o “gipsy” čestici (prema izgovoru “đei-psi”). J/Ψ (“romska” rezonanca, nakon “ro” rezonance) ubrzo je potvrđena na Frascatiju i na **DESY**-ju. Samo deset dana nakon J/Ψ nađena je na **SLAC**-u i nešto teža Ψ' (3.695 GeV): iza lažnog linearnog porasta omjera $R(E)$ skrivalo se postojanje dviju rezonanci. Širine tih rezonanci bile su začuđujuće male, 0.06 MeV i 0.2 MeV u usporedbi s očekivanih par stotina MeV. Razjašnjenje daju Appelquist i Politzer 1975. godine: riječ je o vezanim stanjima novog kvarka pri čemu su

$$J/\Psi(1^3S_1) \quad \text{i} \quad \Psi(2^3S_1)$$

energijske razine $c\bar{c}$ vezanog stanja “skriveni čari”. Širina tih $J^P = 1^-$ stanja bit će mala ukoliko je masa takvih stanja manja od dvostruke mase stanja “otkriveni čari”

$$\bar{d}c = \left\{ \begin{array}{c} D^+ \\ D^{*+} \end{array} \right\} \quad \bar{u}c = \left\{ \begin{array}{c} D^0 \\ D^{*0} \end{array} \right\} \quad \bar{s}c = \left\{ \begin{array}{c} D_s^+ \\ D_s^{*+} \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} (\text{spina } 0) \\ (\text{spina } 1) \end{array} \quad (4.3)$$

Otkrićem D^0 u lipnju 1976. i D^+ u srpnju 1976. utrt je put spektroskopiji čarobnih hadrona. Njihova je masa takva da je zabranjen prijelaz Ψ u $D\bar{D}$, pa preostaju samo Zweigovi potisnuti procesi s nepovezanim kvarkovskim linijama (sl. 4.2). Riječ je o još jednom primjeru Zweigovog pravila uvedenog u spektroskopiju la-

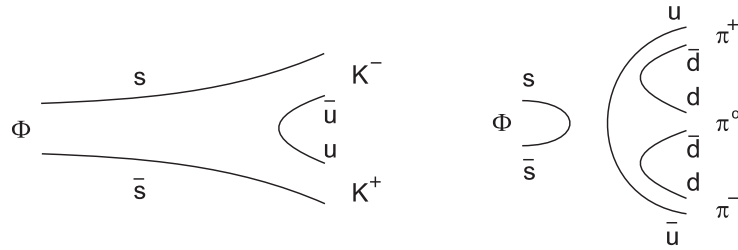


Slika 4.2: Lijevi proces je zabranjen zbog $M_{J/\Psi} < 2M_D$, dok je desni Zweig potisnut

kih kvarkovskih vrsta pri objašnjenju dominacije $\phi \rightarrow K\bar{K}$ prema $\phi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ (sl. 4.3). U usporedbi s time, proces $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ (sl. 4.4) je Zweig-dopušten. Osim samog skoka u vrijednosti R kad se prijeđe prag produkcije čarobnih čestica, mjerenje omjera R zahtijeva trostruko brojanje svakog kvarka — pojavljivanje kvarka u $N_C = 3$ boje. Tako bilježimo

$$R_{e^+e^-} = N_C \sum_q Q_q^2 = \begin{cases} 2 & \text{za } q = u, d, s \\ 10/3 & \text{za } q = u, d, s, c \end{cases} \quad (4.4)$$

gdje je vrijednost 2 u skladu s pokusima na energijama ispod praga čarobnih čestica, dok je ustaljenje pokusa na višim energijama na vrijednosti $R \simeq 5$, dakle



Slika 4.3: *Budući da Φ premašuje masom dva kaona, lijevi proces je dozvoljen i iako potisnut faznim prostorom, premašuje Zweig potisnuti desni proces*

znatno iznad $10/3$, bilo novo iznenađenje. Čak ako uvedemo i peti kvarkovski okus (b kvark), to nije dostatno:

$$R_{e^+e^-} \approx N_C \sum_{f=1}^{N_F} Q_f^2 = \begin{cases} 2, & (N_F = 3 : u, d, s) \\ 10/3, & (N_F = 4 : u, d, s, c) \\ 11/3, & (N_F = 5 : u, d, s, c, b) . \end{cases} \quad (4.5)$$

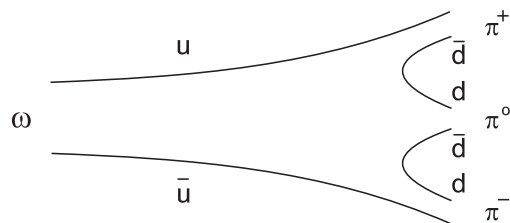
Rješenje je nađeno u nenadanom otkriću τ leptona (Perl 1975), što daje $10/3 + 1$. Time je privremeno narušeno simetrično pojavljivanje kvarkova i leptona (kasnije će se pokazati da je simetrično pojavljivanje potrebno za ispunjenje “uvjeta renormalizabilnosti” $SU(2) \times U(1)$ teorije, prikazanog uvjetom iščezavanja sume naboja $\sum_i Q_i = 0$). No već sredinom 1977. godine Ledermanova grupa s Fermilaba naznanjuje otkriće nove, “upsilon” rezonance (Υ) u reakciji

$$p + (Cu, Pt) \rightarrow \mu^+ \mu^- + X .$$

Riječ je o oštrm vrhu raspodjele $\mu^+ \mu^-$ parova kod 9.5 GeV. Par mjeseci kasnije ustanovljen je već niz stanja “skrivenih ljepote” (b od engl. *beauty* ili *bottom*)

$$\Upsilon(9.4), \quad \Upsilon'(10), \quad \Upsilon''(10.4) , \quad (4.6)$$

da bi prvi B mezoni “otkrivene ljepote” bili identificirani 1980. na Cornellu. Time je počelo pisanje novog poglavlja spektroskopije teških kvarkovskih vrsta.



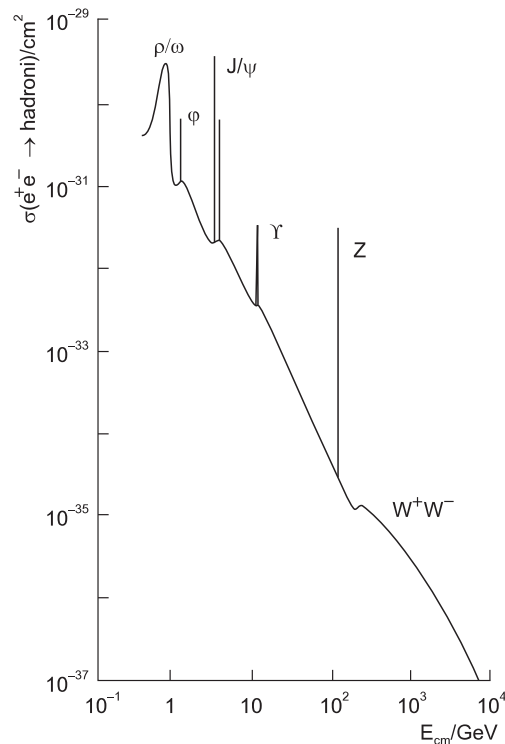
Slika 4.4: *Nesmetani tok kvarkova rezultira u Zweig dopuštenom tropionskom raspadu ω mezona*

□ DOSEZI POKUSA e^+e^- ANIHILACIJE

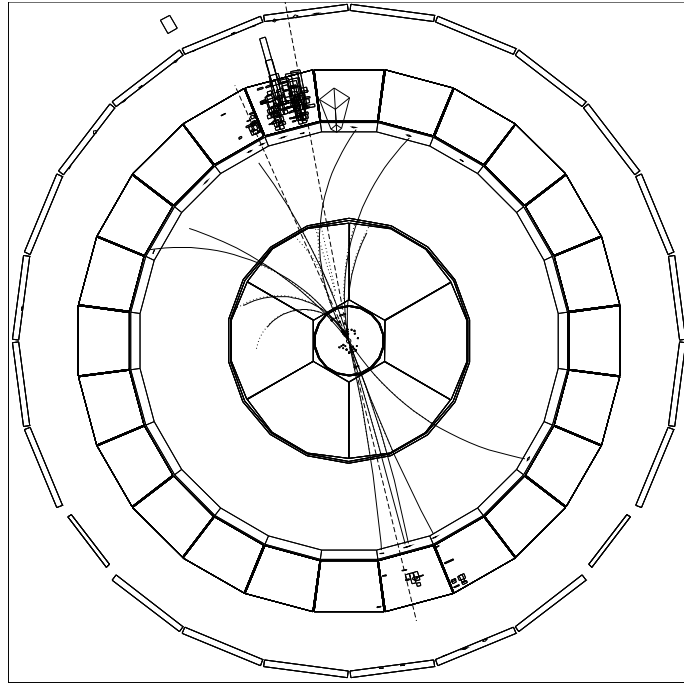
Pokusi e^+e^- anihilacije koji su razotkrili nove kvarkovske vrste istovremeno su osnažili i sam kvarkovski model: konstituentni kvarkovi koji se pojavljuju u šest “okusa” raspoređenih u “gornje” (naboja 2/3) i “donje” (naboja -1/3) dostatni su za reprodukciju cjelokupnog spektra hadrona:

$$\begin{array}{llll}
 \pi^+ & = & u\bar{d}, & K^+ & = & u\bar{s}, & K^0 & = & d\bar{s}, & \pi^0 & = & (u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2} \\
 D^+ & = & c\bar{d}, & D^0 & = & c\bar{u}, & D_s^+ & = & c\bar{s} & & \dots \\
 B^+ & = & u\bar{b}, & B^0 & = & d\bar{b}, & B_s^0 & = & s\bar{b}, & B_c^+ & = & c\bar{b} \\
 \\
 p & = & uud, & n & = & udd, & \Sigma^+ & = & uus, & \Sigma^0 & = & uds \\
 \Sigma_c^+ & = & udc, & \Sigma_c^{++} & = & uuc, & \Xi_c^+ & = & usc, & \Xi_c^0 & = & dsc \\
 \Xi_{cc}^+ & = & dcc, & \Xi_{cc}^{++} & = & ucc, & \Omega_{cc}^+ & = & scc & & \dots
 \end{array}$$

Nova epizoda u fizici e^+e^- anihilacije postignuta je na LEP-u, anihilacijom na Z bozonu. Slika 4.5 prikazuje relativni položaj Z rezonance prema anihilacijama na prije dosegnutim rezonancama. Procesi raspada Z bozona u dva mlaza (sl. 4.6)


 Slika 4.5: Rezonance u e^+e^- sudarima

izravna su eksperimentalna evidencija postojanja kvarkova. Hadronizacija pri-



Slika 4.6: Dva mlaza hadronskog raspada Z bozona na **LEP-u** (**DELPHI**)

marnog raspada u kvarkove $Z \rightarrow q\bar{q}$, vodi u slijedećem koraku na dva usmjerena mlaza hadrona.

Spomenimo ovdje još jedan važan rezultat mjerenja **LEP-a** na Z -rezonanci. Identificira li se neopaženi dio u ukupnoj mjerenoj širini Z rezonance s jednakim porcijama $\Gamma_{\nu\nu}$ od pojedinih neutrina

$$\Gamma_{tot} = \Gamma_{lept} + \Gamma_{hadr} + N_{\nu}\Gamma_{\nu\nu} , \quad (4.7)$$

to vodi na predviđanje točno tri vrste lakih neutrina (mase ispod $M_Z/2$) [?]

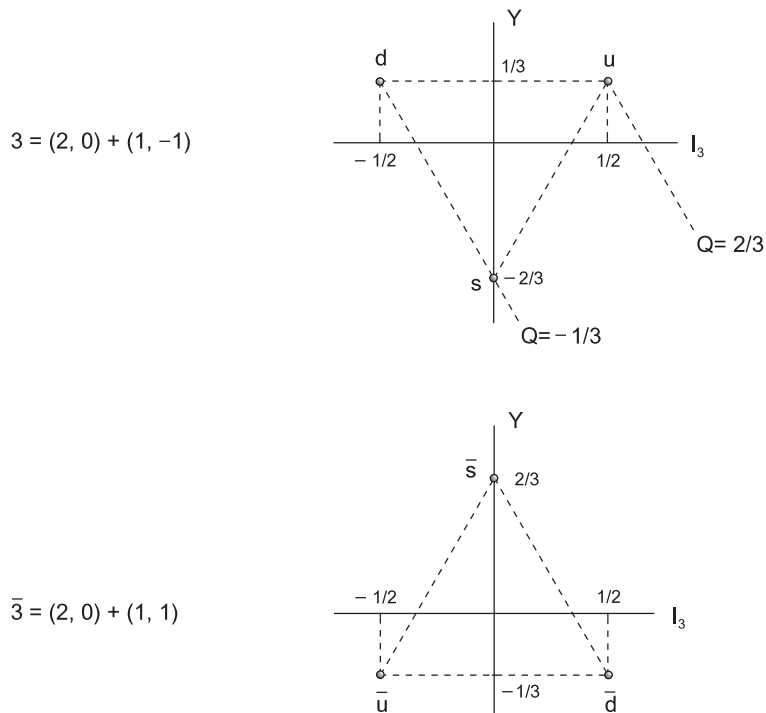
$$N_{\nu} = 3.09 \pm 0.13 . \quad (4.8)$$

Postojalo je i teorijsko predviđanje ovog rezultata [?], objavljeno prije mjerenja iz 1989. na **LEP-u** [?].

4.1.2 Okusna simetrija i hadronski multipleti

Komplicirani spektar hadrona postaje mnogo razumljiviji u kvarkovskoj slici. Temeljnu ideju da hadroni budu građeni od svega nekoliko konstituenata spina $1/2$ naći ćemo u Fermi-Yangovu [?] opažanju da pione možemo sagraditi od nukleona (kao $N\bar{N}$ parove). Sličan je bio Sakatin pokušaj [?] da najniža mezonska i

barionska stanja sagradi kao $B\bar{B}$ i BBB stanja iščezavajućeg orbitalnog impulsa vrtnje od barionskog tripleta $B = p, n, \Lambda$. U kvarkovskoj slici postaju jasne i približne simetrije hadronskog spektra, uvedene u prvom poglavlju: rascjepljenje masa koje je na razini svega nekoliko MeV-a za izospinske $SU(2)$ multiplete nalazi objašnjenje u lakim konstituentnim kvarkovima. Rascjepljenje masa na razini 100 MeV za $SU(3)$ multiplete ići će na račun težeg, stranog kvarka. Pomoću dva fundamentalna tripleta grupe $SU(3)$ okusa sa slike 4.7 gradit ćemo mezone i barione.



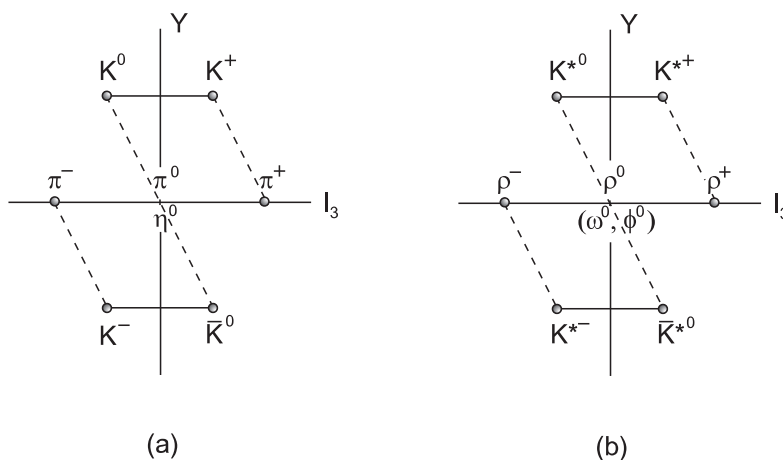
Slika 4.7: Fundamentalni tripleti $SU(3)$ okusa rastavljeni po kvantnim brojevima grupe $SU(2)_I \times U(1)$

Jednostavna teorija grupa predviđa da će mezoniska $q\bar{q}$ stanja, složena od kvarka i antikvarka, biti svrstana u ireducibilne reprezentacije grupe kvarkovskih okusa (vrsta) $SU(3)_F$, singlet (**1**) i oktet (**8**):

$$3 \times \bar{3} = 1 + 8 . \quad (4.9)$$

Na slici 4.8 prikazani su okteti pseudoskalarnih mezona (0^-) i vektorskih mezona (1^-), čiji su $SU(2)_I \times U(1)$ kvantni brojevi dani sukladno razgradnji po izospinu i stranosti

$$8 \rightarrow (2, 1) + (1, 0) + (3, 0) + (2, -1) . \quad (4.10)$$

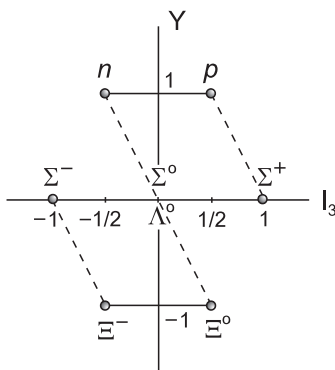


Slika 4.8: (a) Oktet pseudoskalarnih mezona. Prikazan je samo oktetni $\eta \simeq \eta_8 = (u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})/\sqrt{6}$. Singletni $\eta' \simeq \eta_1 = (u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})/\sqrt{3}$ nije prikazan na slici. (b) Prikazan je nonet vektorskih mezona. Opažene čestice, laki $\omega^0 = (u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2}$ i teški $\phi^0 = s\bar{s}$, "maksimalna" su mješavina oktetnog ω_8 i singletnog ω_1

Barioni kao qqq stanja posjeduju razgradnju

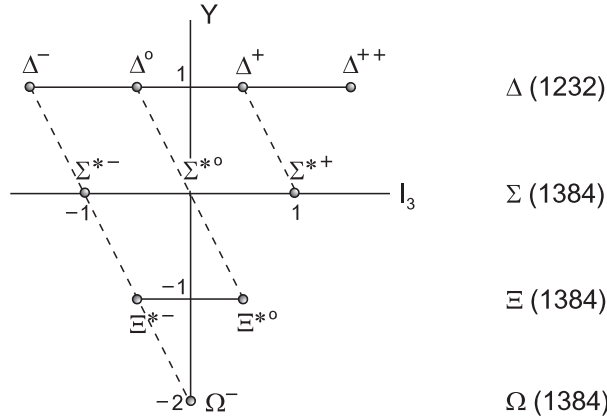
$$3 \times 3 \times 3 = 1 + 8 + 8 + 10 \tag{4.11}$$

pa uz oktet ($1/2^+$) stanja na slici 4.9 omogućavaju i smještanje barionskih rezo-



Slika 4.9: Oktet bariona spina 1/2

nancija ($3/2^+$) u deкуплет prikazan na slici 4.10. Na ovaj način kvarkovski model Gell-Manna i Zweiga [?] omogućuje uspješnu klasifikaciju čestica — igra ulogu "periodične tablice" hadrona. U vrijeme uvođenja "osmerostrukog puta" [?] vjerovalo se da je riječ o čisto "matematičkim" kvarkovima. Prva naznaka "fizičnosti" tih objekata dala se naslutiti kad je otkrivena Ω^- čestica predviđena u



Slika 4.10: Dekuplet bariona spina 3/2

dekupletu (sl. 4.10). Kad se jednom kvarkovi prihvate ozbiljno, tada baš Ω^- čestica i Δ^{++} barion iz deкупleta daju novo predviđanje: tri istovrstna kvarka istog spina ($s_z = 1/2$) koja grade te čestice s relativnim kutnim impulsom vrtnje nula, moraju posjedovati dodatni kvantni broj, *boju*, da bi zadovoljavali Fermi-Diracovu statistiku. Potvrda da se svaki kvark pojavljuje u tri boje $\alpha = 1, 2, 3$ (primjerice crvenoj, zelenoj i plavoj), dolazi iz pokusa anihilacije pozitrona na elektronima, s čime smo se upoznali u prošlom odjeljku. Na taj način Δ^{++} će biti antisimetrično stanje Δ^{++} :

$$\Delta^{++} = \frac{1}{\sqrt{6}} \epsilon^{\alpha\beta\gamma} |u_\alpha^\uparrow u_\beta^\uparrow u_\gamma^\uparrow\rangle. \quad (4.12)$$

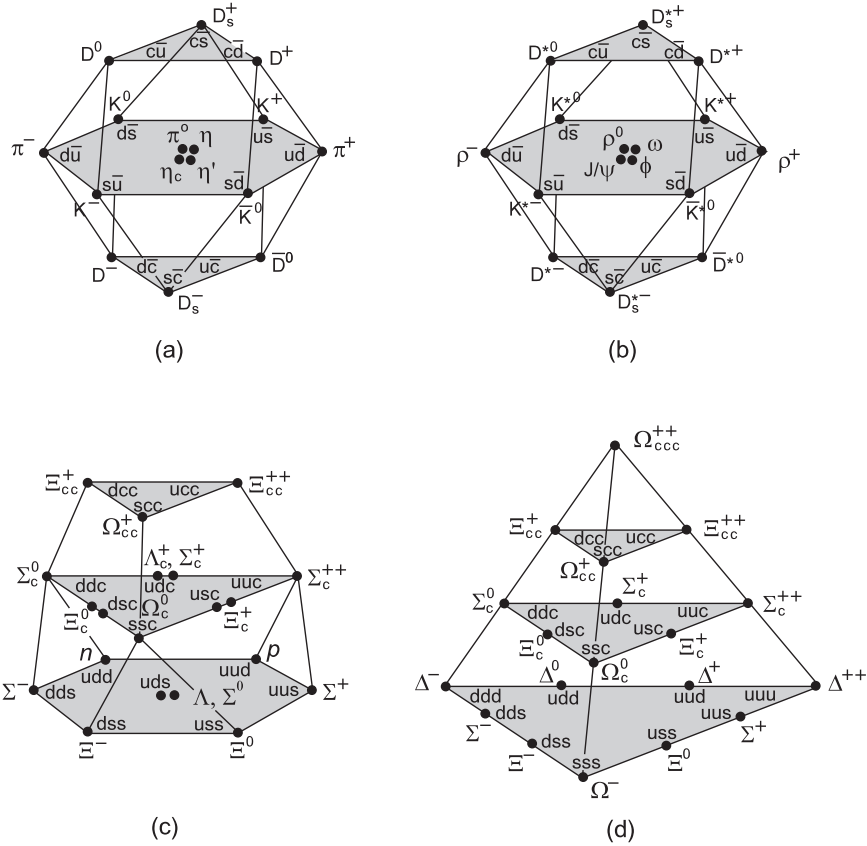
Uočimo da Levy-Civita antisimetrični tenzor zahtijeva najmanje tri boje. Općenito, barioni i mezoni tvorit će se kao singleti u boji:

$$B = \frac{1}{\sqrt{6}} \epsilon^{\alpha\beta\gamma} |q_\alpha q_\beta q_\gamma\rangle, \quad M = \frac{1}{\sqrt{3}} \delta^{\alpha\beta} |q_\alpha \bar{q}_\beta\rangle. \quad (4.13)$$

Pri tome otkrića novih kvarkovskih vrsta, koja su počela s c kvarkom, vode na više okusne grupe. Primjerice, $SU(3)$ -likovi ulaze u presjeke $SU(4)$ -prostornih tijela (sl. 4.11). Uvođenje b kvarkova vodi na $SU(5)$ multiplete, čiji bi prikaz tražio crtanje u četiri dimenzije.

4.1.3 * Kiralna simetrija i algebra struja

Pokušamo li formulirati teoriju koja će se temeljiti na Diracovom lagrangianu za kvarkove, izospinska simetrija hadrona svodit će se na $SU(2)$ okusnu simetriju kvarkova (vidjeti kraj odjeljka ??). Na istom mjestu naučili smo konstruirati struje i naboje pridružene takvim kontinuiranim transformacijama simetrije.



Slika 4.11: $SU(4)$ multiplieti: 15-plet plus singlet (a) pseudoskalarnih mezona (0^-) i (b) vektorskih mezona (1^-); dva različita 20-pleta bariona (c) s oktetom bariona ($1/2^+$) i (d) s dekapletom bariona ($3/2^+$)

Za Lagrangeovu gustoću $\mathcal{L}(\phi_i(x), \partial_\mu \phi_i(x))$ zahtijevamo invarijantnost na (infinitesimalnu) kontinuiranu transformaciju

$$\phi_i(x) \rightarrow \phi'_i(x) = \phi_i(x) + \delta\phi_i(x). \quad (4.14)$$

gdje je promjena $\delta\phi_i(x) = i\epsilon^a t_{ij}^a \phi_j(x)$ dana s globalnim malim parametrima ϵ^a , a generatori grupe transformacija zadovoljavaju relaciju $[t^a, t^b] = iC^{abc}t^c$. Simetrija, tj. $\delta\mathcal{L} = 0$, povlači postojanje očuvane struje (Noetheričine)

$$J_\mu^a = -i \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta(\partial^\mu \phi_i)} t_{ij}^a \phi_j, \quad \partial^\mu J_\mu^a = 0. \quad (4.15)$$

Pri tome su očuvani naboji

$$Q^a = \int d^3x J_0^a(x) \quad (4.16)$$

generatori grupe simetrije. Ove struje naučili smo konstruirati i Gell-Mann–Levyjevom metodom.

□ ALGEBRA NABOJA

Za Lagrangeovu gustoću koja uključuje i dio \mathcal{L}_1 koji nije invarijantan na transformaciju (4.14),

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_1, \quad (4.17)$$

još uvijek možemo definirati Noetheričinu struju J_μ^a , no ona više nije očuvana i pridruženi naboj

$$Q^a(t) = \int J_0^a(x) d^3x = -i \int \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta(\partial^0 \phi_i)} t_{ij}^a \phi_j d^3x \quad (4.18)$$

nije konstantan u vremenu. No i u prisutnosti člana \mathcal{L}_1 , faktor $\delta \mathcal{L} / \delta(\partial^0 \phi_i) = \Pi_i(x)$ je kanonski impuls konjugiran polju ϕ_i , koji zadovoljava kanonsku komutacijsku relaciju istih vremena

$$[\Pi_i(\vec{x}, t), \phi_j(\vec{y}, t)] = -i \delta^3(\vec{x} - \vec{y}) \delta_{ij}. \quad (4.19)$$

Na temelju ove relacije možemo računati *komutatore* (istih vremena) *naboja*:

$$\begin{aligned} [Q^a(t), Q^b(t)] &= (-i)^2 \int d^3x d^3y \\ &\quad \times [\Pi_i(\vec{x}, t) t_{ij}^a \phi_j(\vec{x}, t), \Pi_k(\vec{y}, t) t_{kl}^b \phi_l(\vec{y}, t)]. \end{aligned} \quad (4.20)$$

Uz identitet $[AB, CD] = A[B, C]D - C[D, A]B$ koji vrijedi za slučaj $[A, C] = 0$, $[B, D] = 0$ dobivamo

$$\begin{aligned} [Q^a(t), Q^b(t)] &= - \int d^3x d^3y \left(\Pi_i(\vec{x}, t) t_{ij}^a [\phi_j(\vec{x}, t), \Pi_k(\vec{y}, t)] t_{kl}^b \phi_l(\vec{y}, t) \right. \\ &\quad \left. - \Pi_k(\vec{y}, t) t_{kl}^b [\phi_l(\vec{y}, t), \Pi_i(\vec{x}, t)] t_{ij}^a \phi_j(\vec{x}, t) \right). \end{aligned} \quad (4.21)$$

Konačno, uvrštavanjem vrijednosti za komutatore, izlazi

$$[Q^a(t), Q^b(t)] = - \int d^3x \pi_k(\vec{x}, t) i [t^a, t^b]_{kj} \phi_j(\vec{x}, t) \quad (4.22)$$

$$= -i C^{abc} \int \Pi_k(\vec{x}, t) i t_{kj}^c \phi_j(\vec{x}, t) d^3x \quad (4.23)$$

$$= i C^{abc} Q^c(t). \quad (4.24)$$

Stoga, iako se naboji $Q^a(t)$ mijenjaju u vremenu, za dani trenutak t oni svejedno zadovoljavaju relacije koje nazivamo *algebrom naboja*.

□ SIMETRIJE KVARKOVSKOG MODELA

Opažene simetrije hadrona svode se na slomljene simetrije kvarkovskih vrsta. Promotrimo $SU(3)$ simetriju okusa slobodnog kvarkovskog modela, gdje su kvarkovska polja u tripletnoj reprezentaciji

$$q(x) = \begin{pmatrix} q_1(x) \\ q_2(x) \\ q_3(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u(x) \\ d(x) \\ s(x) \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

podvrgnuta transformaciji

$$q_i \rightarrow q'_i = q_i + i\alpha^a \left(\frac{\lambda^a}{2} \right)_{ij} q_j, \quad \alpha_a \ll 1 \quad (4.26)$$

s Gell-Mannovim matricama λ^a , koje zadovoljavaju $SU(3)$ algebru

$$\left[\frac{\lambda^a}{2}, \frac{\lambda^b}{2} \right] = if^{abc} \frac{\lambda^c}{2}. \quad (4.27)$$

U bezmasenom limesu, kinetički član

$$\mathcal{L}_0 = i\bar{q}\gamma^\mu \partial_\mu q \quad (4.28)$$

invarijantan je na $SU(3)$ transformaciju (4.26)³ i vodi na vektorske struje

$$V_\mu^a(x) = \bar{q}(x)\gamma_\mu \frac{\lambda^a}{2} q(x) \quad (4.29)$$

i vektorske naboje

$$Q^a(t) = \int V_0^a(x) d^3x, \quad (4.30)$$

koji putem kanonskih komutatora

$$\{q_{\alpha i}(\vec{x}, t), q_{\beta j}^\dagger(\vec{y}, t)\} = \delta_{ij} \delta_{\alpha\beta} \delta^3(\vec{x} - \vec{y}) \quad (4.31)$$

zadovoljavaju $SU(3)$ algebru

$$[Q^a(t), Q^b(t)] = if^{abc} Q^c(t). \quad (4.32)$$

Isti kinetički član invarijantan je i na aksijalnu transformaciju

$$q_i \rightarrow q'_i = q_i + i\beta^a \left(\frac{\lambda^a}{2} \right)_{ij} \gamma_5 q_j, \quad \beta^a \ll 1 \quad (4.33)$$

³ $\mathcal{L}_1 = m_u \bar{u}u + m_d \bar{d}d + m_s \bar{s}s$ narušava $SU(3)$ simetriju za $m_u \neq m_d \neq m_s$

s korespondentnim aksijalnim strujama

$$A_\mu^a(x) = \bar{q}(x) \left(\frac{\lambda^a}{2} \right) \gamma_\mu \gamma_5 q(x) \quad (4.34)$$

i aksijalnim nabojima

$$Q^{5a}(t) = \int A_0^a(x) d^3x. \quad (4.35)$$

Vektorski i aksijalni naboji generiraju komutatore istih vremena,

$$[Q^a(t), Q^b(t)] = if^{abc} Q^c(t) \quad (4.36)$$

$$[Q^a(t), Q^{5b}(t)] = if^{abc} Q^{5c}(t) \quad (4.37)$$

$$[Q^{5a}(t), Q^{5b}(t)] = if^{abc} Q^c(t). \quad (4.38)$$

Po uvođenju lijevih i desnih naboja

$$Q_L^a = \frac{1}{2}(Q^a - Q^{5a}) \quad (4.39)$$

$$Q_R^a = \frac{1}{2}(Q^a + Q^{5a}) \quad (4.40)$$

$$(4.41)$$

dolazimo do algebre *kiralne* $SU(3)_L \times SU(3)_R$ *simetrije naboja*

$$[Q_L^a(t), Q_L^b(t)] = if^{abc} Q_L^c(t) \quad SU(3)_L \text{ algebra} \quad (4.42)$$

$$[Q_R^a(t), Q_R^b(t)] = if^{abc} Q_R^c(t) \quad SU(3)_R \text{ algebra} \quad (4.43)$$

$$[Q_R^a(t), Q_R^b(t)] = 0. \quad (4.44)$$

Naboji Q_L^a generiraju algebru $SU(3)_L$, a naboji Q_R^a algebru $SU(3)_R$.

Primjetimo da slobodni kvarkovski model ima još dvije $U(1)$ simetrije. Prva se odnosi na množenje svih kvarkovskih polja zajedničkom fazom

$$q_i(x) \rightarrow e^{i\alpha} q_i(x) \quad (4.45)$$

i daje očuvanu barionsku struju

$$J_\mu^B(x) = \bar{q}(x) \gamma_\mu q(x), \quad (4.46)$$

odnosno singletnu struju

$$V_\mu^0 = \frac{1}{3} \bar{q} \gamma_\mu q. \quad (4.47)$$

Druga simetrija vezana je uz kiralne transformacije, γ_5 rotacije

$$q_i(x) \rightarrow e^{i\beta\gamma_5} q_i(x) \quad (4.48)$$

i vodi na struju aksijalnog barionskog broja

$$J_\mu^A = \bar{q}(x)\gamma_\mu\gamma_5q(x) , \quad (4.49)$$

odnosno na singletnu aksijalnu struju

$$A_\mu^0 = \frac{1}{3}\bar{q}\gamma_\mu\gamma_5q . \quad (4.50)$$

Navedimo još neka važna svojstva aksijalnih struja, takozvane *anomalije*. Prva se odnosi na Noetheričinu struju γ_5 rotacije

$$J_\mu^A = \frac{\partial(\delta\mathcal{L})}{\partial(\partial_\mu\beta(x))} = \bar{q}\gamma_\mu\gamma_5q = \bar{u}\gamma_\mu\gamma_5u + \bar{d}\gamma_\mu\gamma_5d + \bar{s}\gamma_\mu\gamma_5s , \quad (4.51)$$

naivno očuvanu u kiralnom limesu ($m_q = 0$):

$$\partial^\mu J_\mu^A = \frac{\partial(\delta\mathcal{L})}{\partial\beta(x)} = 0 . \quad (4.52)$$

U stvarnosti, divergencija te aksijalne struje ne iščezava ni u kiralnom limesu:

$$\partial^\mu J_\mu^A = 2im_s\bar{s}\gamma_5s + N_F\mathcal{A} . \quad (4.53)$$

Posljednji član u prethodnom izrazu je tzv. gluonska anomalija singletne struje u **QCD**-u

$$\mathcal{A} = \frac{g^2}{32\pi^2}G_{\mu\nu}^a\tilde{G}_a^{\mu\nu} ; \quad \tilde{G}_a^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}G_{\alpha\beta}^a . \quad (4.54)$$

Zbog potpunosti spomenimo i anomaliju tripletne struje za **QCD** u vanjskom elektromagnetskom polju. Noetheričina struja za rotaciju

$$q = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \rightarrow e^{i\beta\tau_3\gamma_5}q , \quad (4.55)$$

dana je izrazom

$$J_\mu^{A(3)} = \bar{q}\gamma_\mu\gamma_5\tau^3q = \bar{u}\gamma_\mu\gamma_5u - \bar{d}\gamma_\mu\gamma_5d . \quad (4.56)$$

U divergenciji te struje

$$\partial^\mu J_\mu^{A(3)} = 2im_j^5 + \frac{\alpha}{2\pi}F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu} , \quad (4.57)$$

posljednji član je poznata trokutna anomalija.

□ ALGEBRA STRUJA

Proširimo *algebru naboja* na komutatore istih vremena *naboja i njegovih struja*. Pri tome očiglednu relaciju

$$[Q^a(t), J_0^b(\vec{x}, t)] = iC^{abc} J_0^c(\vec{x}, t) \quad (4.58)$$

proširimo zahtjevom Lorentzove kovarijantnosti na komutator naboja i struje:

$$[Q^a(t), J_\mu^b(\vec{x}, t)] = iC^{abc} J_\mu^c(\vec{x}, t) . \quad (4.59)$$

Daljnje proširenje na *algebru struja* ide putem vremenskih komponenta

$$[J_0^a(\vec{x}, t), J_0^b(\vec{y}, t)] = C^{abc} J_0^c(\vec{x}, t) \delta^3(\vec{x} - \vec{y}) . \quad (4.60)$$

Pri uključivanju prostornih komponenta struja dolazi se do dodatnih članova koji iščezavaju nakon prostorne integracije :

$$\begin{aligned} [J_0^a(\vec{x}, t), J_i^b(\vec{y}, t)] &= iC^{abc} J_i^c(\vec{x}, t) \delta^3(\vec{x} - \vec{y}) \\ &+ S_{ij}^{ab}(\vec{x}) \frac{\partial}{\partial y_j} \delta^3(\vec{x} - \vec{y}) . \end{aligned} \quad (4.61)$$

Uočimo operator koji ovisi o eksplicitnom obliku $J_i^a(\vec{x})$, tzv. Schwingerov član, koji iščezava nakon integracije po prostoru

$$S_{ij}^{ab}(\vec{x}) \int \frac{\partial}{\partial y_i} \delta^3(\vec{x} - \vec{y}) d^3y = 0 , \quad (4.62)$$

tako da ne mijenja algebru naboja–struje (4.59). Argument za nužnost postojanja neiščezavajućih Schwingerovih članova prezentiran je u [?].

4.2 Raspršenja leptona na nukleonima

Hadronska spektroskopija vodila je na *statičko* razumijevanje kvarkova putem izgradnje $SU(n)$ multipleta u “aditivnim” kvarkovskim modelima. Elementi *dinamičkog* razumijevanja kvarkovske podstrukture stjecani su u ovdje razmatranim pokusima na elektronsko-pozitronskim sudarivačima. Počeci tog dinamičkog shvaćanja kvarkova padaju u 1968. godinu, kada se pojavljuju naznake postojanja kvarkova u duboko-neelastičnim raspršenjima leptona na jezgrama.

Prije nego prijedemo na taj predmet, dat ćemo kratak pregled “klasike” elektromagnetskih raspršenja:

- ◇ **Thomsonovo raspršenje** odgovara komptonском raspršenju fotona velikih valnih duljina i ima udarni presjek

$$\sigma_{Thom} = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{\alpha}{m_e} \right)^2 = \frac{2}{3} \alpha^2 (4\pi r_e^{(kompt)})^2, \quad (4.63)$$

gdje je zadnji izraz izražen komptonском valnom duljinom elektrona $r_e^{(kompt)} = \hbar/m_e c$. Izraz (4.63) je definiciona relacija naboja elektrona ($-e$) testiranog na velikoj udaljenosti.

- ◇ **Rutherfordovo raspršenje** elektrona energije E na jezgrama naboja Ze ima diferencijalni udarni presjek

$$\frac{d\sigma_{Ruth}}{d\Omega} = \frac{Z^2 \alpha^2}{4E^2} \frac{1}{\sin^4 \frac{\vartheta}{2}}, \quad (4.64)$$

pri čemu u igru nije uključen ni spin elektrona, niti spin nukleona.

- ◇ **Mottovo raspršenje** uključuje efekte spina elektrona, no zanemaruje spin i strukturu nukleona. Rezultirajuća formula za udarni presjek

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Mott} = \frac{Z^2 \alpha^2}{4E^2} \frac{1}{\sin^4 \frac{\vartheta}{2}} \frac{E'}{E} \cos^2 \frac{\vartheta}{2} \quad (4.65)$$

zabranjuje raspršenje unatrag. Raspršenje pod kutom od 180° zabranjeno je očuvanjem impulsa vrtnje. Izmijenjeni foton je transverzalan, da bi helicitet raspršenog elektrona bio očuvan (nema okretanja spina, “spin-flipa”).

- ◇ **Rosenbluthova formula**, koja će uključivati i efekte spina i strukture metenukleona, bit će izvedena i diskutirana u tekstu koji slijedi.

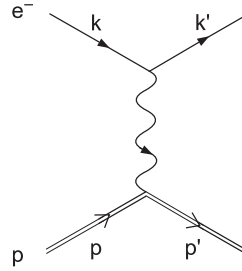
4.2.1 Elastično raspršenje elektrona na protonu

Kad bi proton bio točkasta čestica, vrijedila bi naša analiza $e^- - \mu^-$ raspršenja. Feynmanov dijagram u najnižem redu bio bi prikazan jednofotonskom izmjenom (sl. 4.12) gdje je spinski usrednjena amplituda

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{e^4}{q^4} L_{elektron}^{\mu\nu} L_{\mu\nu}^{proton}, \quad q = k - k'. \quad (4.66)$$

Elektronski tenzor dan je poznatim izrazom (??)

$$L_{elektron}^{\mu\nu} = 2[k'^\mu k^\nu + k'^\nu k^\mu + g^{\mu\nu} (m_e^2 - k' \cdot k)], \quad (4.67)$$


 Slika 4.12: *Elastično raspršenje elektrona na protonu u najnižem redu*

a protonski se dobiva jednostavnom supstitucijom

$$L_{proton}^{\mu\nu} = L_{elektron}^{\mu\nu} (k \rightarrow p \ \& \ m_e \rightarrow M_p) . \quad (4.68)$$

Za proton sa strukturom (davno prije kvarkovskog modela znalo se da proton nije točkast) ne znamo kako u stvari virtualni foton međudjeluje s protonom. Ako pretpostavimo elastično raspršenje na točkastoj čestici, vrijedit će

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = \frac{e^4}{q^4} L_{elektron}^{\mu\nu} K_{\mu\nu}^{proton} . \quad (4.69)$$

Nepoznati fotonsko-protonski vrh prikazan je tenzorom 2. reda $K_{\mu\nu}$, koji može ovisiti o varijablama p, p' i $q = p' - p$. Dvije od tih varijabli su nezavisne (odaberemo q i p), pa je najopćenitiji oblik

$$K_{proton}^{\mu\nu} = -K_1 g^{\mu\nu} + \frac{K_2}{M_p^2} p^\mu p^\nu + \frac{K_4}{M_p^2} q^\mu q^\nu + \frac{K_5}{M_p^2} (p^\mu q^\nu + p^\nu q^\mu) . \quad (4.70)$$

Napomene:

1. Za $i = 1, 2, 4, 5$, K_i su funkcije od q^2 , jedine skalarne varijable. Pritom vrijedi

$$p^2 = M_p^2, \quad (q + p)^2 = p'^2, \quad q \cdot p = -q^2/2 . \quad (4.71)$$

2. Član $i = 3$ je tradicionalno rezerviran za član raspršenja neutrina na protonu. Takvo sondiranje koje ne ide putem fotona ovdje ne razmatramo.
3. Antisimetrični član $(p^\mu q^\nu - p^\nu q^\mu)$ u (4.70) otpao bi u produktu sa simetričnim tenzorom $L^{\mu\nu}$ u (4.69).

Pokazuje se da sve četiri funkcije nisu nezavisne. Iz uvjeta $q_\mu K^{\mu\nu} = 0$, koji odražava baždarnu invarijantnost elektrodinamike odnosno očuvanje naboja u protonskom vrhu, za elastična raspršenja vrijedi

$$K_{proton}^{\mu\nu} = K_1 \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) + \frac{K_2}{M_p^2} \left(p^\mu + \frac{1}{2} q^\mu \right) \left(p^\nu + \frac{1}{2} q^\nu \right) \quad (4.72)$$

pa teorija strukture protona treba odrediti dvije funkcije

$$K_1(q^2) \quad \text{i} \quad K_2(q^2) . \quad (4.73)$$

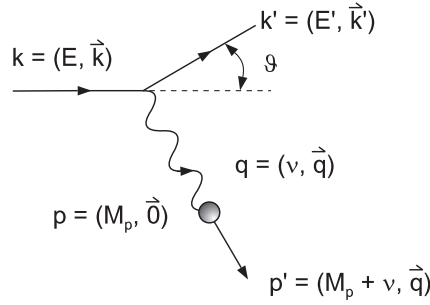
Funkcije $K_1(q^2)$ i $K_2(q^2)$ se mogu mjeriti, jer ulaze u udarni presjek elastičnog $e - p$ raspršenja. Leptonski i protonski tenzor

$$K_{proton}^{\mu\nu} = K_1 \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) + \frac{K_2}{M_p^2} \left(p^\mu + \frac{1}{2} q^\mu \right) \left(p^\nu + \frac{1}{2} q^\nu \right) \quad (4.74)$$

daju po množenju (kontrahiranju indeksa)

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = \left(\frac{2e^2}{q^2} \right)^2 \left\{ K_1 [(k' \cdot k) - 2m_e^2] + K_2 \left[\frac{(k' \cdot p)(k \cdot p)}{M_p^2} + \frac{q^2}{4} \right] \right\} . \quad (4.75)$$

U laboratorijskom sustavu, sustavu mirovanja protona mete (sl. 4.13) elektron upadne energije E raspršuje se pod kutom ϑ i izlazi s energijom E' . Za sudar



Slika 4.13: Kinematika $e - p$ raspršenja u laboratorijskom sustavu

umjerene energije ($E, E' \gg m_e$) moći će se zanemariti masa elektrona ($m_e \rightarrow 0$). Tada uvrštavanjem

$$k = E(1, \hat{k}) \quad (4.76)$$

$$k' = E'(1, \hat{k}') ; \quad (\hat{k} \cdot \hat{k}' = \cos \vartheta) \quad (4.77)$$

$$q^2 = -2k \cdot k' = -2EE'(1 - \cos \vartheta) \quad (4.78)$$

$$= -4EE' \sin^2 \frac{\vartheta}{2} \quad (4.79)$$

dobivamo

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = \left(\frac{2e^2}{4EE' \sin^2 \frac{\vartheta}{2}} \right)^2 \left(2K_1 EE' \sin^2 \frac{\vartheta}{2} + K_2 EE' \cos^2 \frac{\vartheta}{2} \right) . \quad (4.80)$$

Kvadriranjem impulsa $q = (E - E', \vec{q})$ na slici 4.13 dobivamo

$$q^2 = -2q \cdot p = -2[(\nu, \vec{q}) \cdot (M_p, \vec{0})] = -2\nu M_p, \quad (4.81)$$

odakle slijedi

$$\nu \equiv E - E' = -\frac{q^2}{2M_p}. \quad (4.82)$$

Odatle, u kombinaciji s gornjim izrazom za q^2 , vidimo da E' nije nezavisna varijabla, već je kinematički povezana s E i ϑ relacijom

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{2E}{M} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}}. \quad (4.83)$$

Diferencijalni udarni presjek za bezmasenu upadnu česticu

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{E'}{8\pi M_p E} \right)^2 |\overline{\mathcal{M}}|^2 \quad (4.84)$$

vodi na Rosenbluthovu formulu

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\alpha}{4M_p E \sin^2 \frac{\vartheta}{2}} \right)^2 \frac{E'}{E} \left[2K_1 \sin^2 \frac{\vartheta}{2} + K_2 \cos^2 \frac{\vartheta}{2} \right]. \quad (4.85)$$

Instruktivno je dati usporedbu s izrazom za referentni proces $e^- \mu^- \rightarrow e^- \mu^-$ raspršenja u laboratorijskom sustavu: uz kinematiku prema slici 4.13 dobivamo u tom slučaju

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{lab} = \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4 \frac{\vartheta}{2}} \frac{E'}{E} \left\{ \cos^2 \frac{\vartheta}{2} - \frac{q^2}{2m_\mu^2} \sin^2 \frac{\vartheta}{2} \right\}. \quad (4.86)$$

Faktor E'/E određen je jednadžbom (4.83) i prikazuje odboj mete koji treba biti sadržan u korektnim izrazima za Rutherfordov i Mottov udarni presjek, (4.64) i (4.65). Izraz u vitičastoj zagradi sadrži član $\sim \sin^2 \vartheta/2$, koji odražava efekt spina mete: uz električnu (kulonsku) interakciju uključena je i magnetska ("spin-flip") interakcija okretanja spina.

□ ELEKTROMAGNETSKI POLUMJER PROTONA

Prijelazom s točkaste mete (miona) na nukleon konačne dimenzije, elektromagnetska struja protona postaje

$$J^\mu = e\bar{u}(p') \left[F_1(q^2)\gamma^\mu + \frac{\kappa}{2M_p} F_2(q^2)i\sigma^{\mu\nu}q_\nu \right] u(p)e^{iq \cdot x}, \quad (4.87)$$

što vodi na udarni presjek elastičnog $e - p$ raspršenja

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{lab} = \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4 \frac{\vartheta}{2}} \frac{E'}{E} \left\{ \left(F_1^2 - \frac{\kappa^2 q^2}{4M_p^2} F_2^2 \right) \cos^2 \frac{\vartheta}{2} - \frac{q^2}{2M_p^2} (F_1 + \kappa F_2)^2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2} \right\}. \quad (4.88)$$

Ovo je Rosenbluthova formula identična izrazu (4.85) dobivenom u “tenzorskom” pristupu. Udarni presjek je karakteriziran s dvije nezavisne funkcije (K_1, K_2) ili (F_1, F_2). U praksi se uvode dvije linearne kombinacije

$$G_E = F_1 + \frac{\kappa q^2}{4M_p^2} F_2 \quad (4.89)$$

$$G_M = F_1 + \kappa F_2, \quad (4.90)$$

funkcije električne i magnetske strukture normirane tako da u nultočki za proton vrijedi

$$G_E^p(0) = 1, \quad G_M^p(0) = \mu_p = 1 + \kappa_p. \quad (4.91)$$

Magnetski momenti nukleona su anomalni (različiti od vrijednosti za točkaste Diracove čestice), s vrijednostima u nuklearnim magnetonima ($\mu_N = e/2M_p$)

$$\mu_p = 2.79284739(6), \quad \mu_n = -1.9130428(5). \quad (4.92)$$

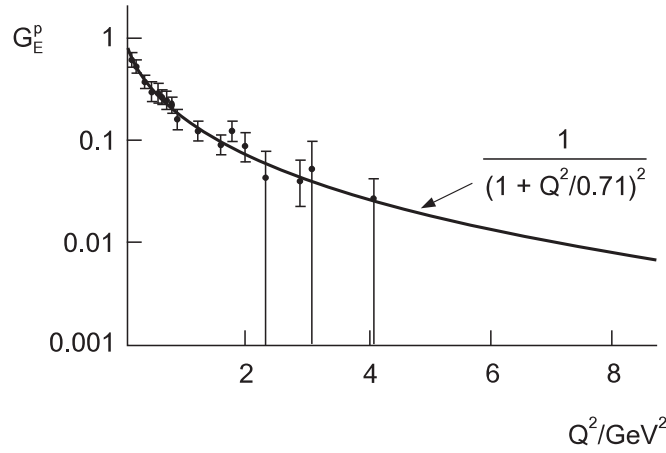
Izražena pomoću $G_{E,M}$, vitičasta zagrada u izrazu (4.88) za udarni presjek zamijenjena je s

$$\left\{ \frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} \cos^2 \frac{\vartheta}{2} + 2\tau G_M^2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2} \right\}, \quad \text{gdje je } \tau = \frac{-q^2}{4M_p^2}. \quad (4.93)$$

Funkcije G_E i G_M se mogu povezati s raspodjelama naboja i magnetskog momenta u protonu, koje su dala mnoga mjerenja koja je započeo Hofstadter sa suradnicima 1956. U specijalnom Lorentzovom sustavu, Breitovom sustavu karakteriziranom s $\vec{p}' = -\vec{p}$, funkcije $G_E(Q^2)$ i $G_M(Q^2)$ (gdje je $Q^2 = -q^2$ prostorni četverovektor) prikazuje Fourierov transformat raspodjele naboja i magnetskog momenta

$$G_{E,M}(Q^2) = \int \rho_{E,M}(\vec{r}) e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} d^3r. \quad (4.94)$$

Razvojem eksponenta u ovom izrazu u red potencija dobivamo izraz za srednji kvadratični polumjer oblaka naboja i struja u protonu, $\langle r^2 \rangle_{E,M}$. U području $Q^2 \ll M^2$, gdje Rosenbluthovom udarnom presjeku dominantan doprinos daje funkcija



Slika 4.14: Eksperimentalno mjerene strukturne funkcije G_E^p protona u bezdimenzionalnim jedinicama

električne strukture G_E , treba usporediti

$$G_E(Q^2) = \int \left(1 + i\vec{q} \cdot \vec{r} - \frac{(\vec{q} \cdot \vec{r})^2}{2} + \dots \right) \rho_E(\vec{r}) d^3r \quad (4.95)$$

$$= 1 - \frac{1}{6} Q^2 \langle r^2 \rangle_E + \dots \quad (4.96)$$

s eksperimentalnom krivuljom koja za proton ima približan oblik (vidjeti sl. 4.14)

$$G_E^p(Q^2) \simeq \left(1 + \frac{Q^2}{0.71 \text{ GeV}^2} \right)^{-2}. \quad (4.97)$$

Riječ je o tzv. “dipolnom-približenju”

$$\left(1 - \frac{q^2}{m^2} \right)^{-2}, \quad q^2 = -|\vec{q}|^2 = -Q^2, \quad (4.98)$$

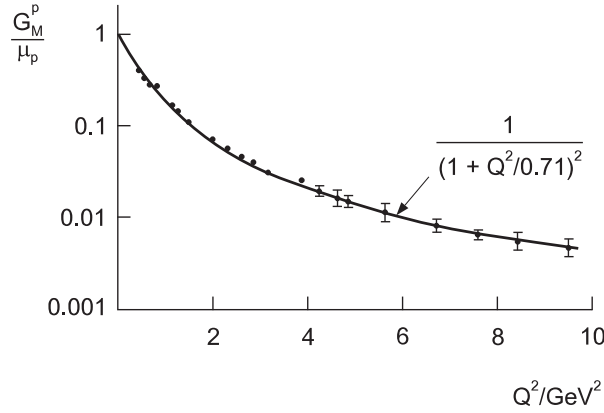
koje se dobiva kao Fourierov transformat eksponencijalne nabojne raspodjele

$$\rho(r) = e^{-mr} \quad (4.99)$$

u konfiguracijskom prostoru. Sam srednji kvadratični polumjer protona izmjeren na taj način vodi na vrijednost

$$\langle r^2 \rangle_E = -6 \frac{dG_E(Q^2)}{dQ^2} \Big|_{Q^2=0} = [(0.85 \pm 0.02) \text{ fm}]^2. \quad (4.100)$$

Funkcija magnetske strukture protona prikazana je istom dipolnom formulom (sl. 4.15)



Slika 4.15: Eksperimentalno mjerene strukturne funkcije G_M^p protona u bezdimenzionalnim jedinicama

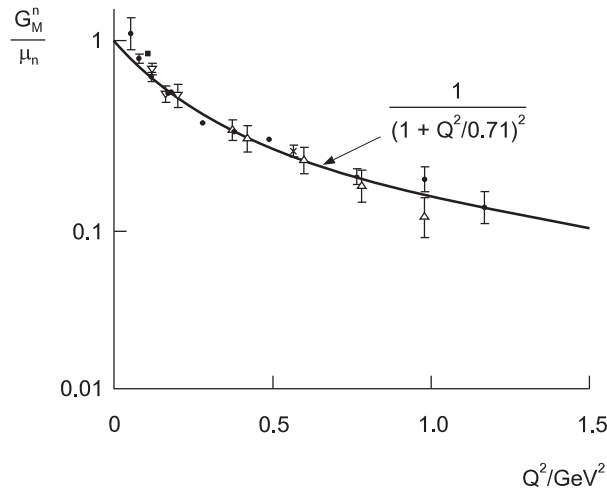
$$G_M^p(Q^2)/\mu_p \approx G_E^p(Q^2) \approx \left(1 + \frac{Q^2}{0.71 \text{ GeV}^2}\right)^{-2}, \quad (4.101)$$

gdje je $\mu_p = 2.79$ magnetski moment protona (u jedinicama protonskog Bohrova magnetona). Za niske energije, $Q^2 \ll 1 \text{ GeV}^2$, foton nema dovoljnu rezoluciju da vidi strukturu protona. Na višim vrijednostima Q^2 (na velikim kutovima raspršenja) udarni presjek elastičnog raspršenja opada u skladu s funkcijama strukture na slici 4.14. Dipolno približenje vrijedi do $Q^2 \simeq 2 \text{ GeV}^2$. Za prijenose impulsa iznad 3 GeV^2 električni doprinos udarnom presjeku je zanemariv i samo se funkcija magnetske strukture može mjeriti sa zadovoljavajućom točnošću. Ona i dalje (vidjeti sliku 4.15) zadovoljava gornje dipolno približenje pri čemu funkcija strukture, kroz interval Q^2 u kome je mjerena, pada za tri reda veličine u usporedbi s $G_M^p/\mu_p = 1$ za točkastu Diracovu česticu. Za neutron, funkcija magnetske strukture $G_M^n(Q^2)/\mu_n$ ima isti dipolni oblik (4.101) (sl. 4.16) dok je funkcija električne strukture opisana dvostrukim dipolnim približenjem:

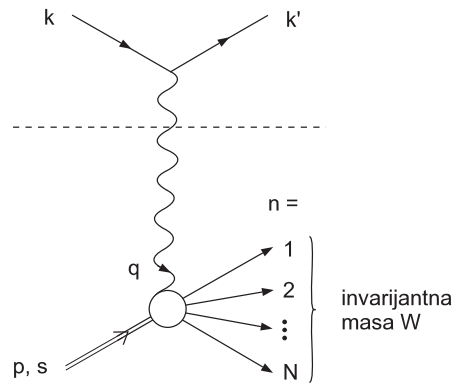
$$G_E^n(Q^2) = -\frac{\tau}{1 + \frac{Q^2}{0.61 \text{ GeV}^2}} \frac{1}{1 + \frac{Q^2}{0.71 \text{ GeV}^2}}. \quad (4.102)$$

4.2.2 Neelastično raspršenje elektrona na protonu

Nakon što smo izmjerili dimenziju protona, povećanjem energije (Q^2) fotona (uz povećani gubitak energije elektrona) možemo povećati prostornu rezoluciju. No tu postoji i zamka – za dovoljne prijenose energije proton možemo “razbiti” (sl. 4.17). Npr. za umjereni Q^2 , proton se može pobuditi u Δ rezonancu, da bi se konačno producirao ekstra pion u lancu $ep \rightarrow e\Delta^+ \rightarrow ep\pi^0$. U “inkluzivnoj”



Slika 4.16: Eksperimentalno mjerene strukturne funkcije G_M^n neutrona u bezdimenzionalnim jedinicama

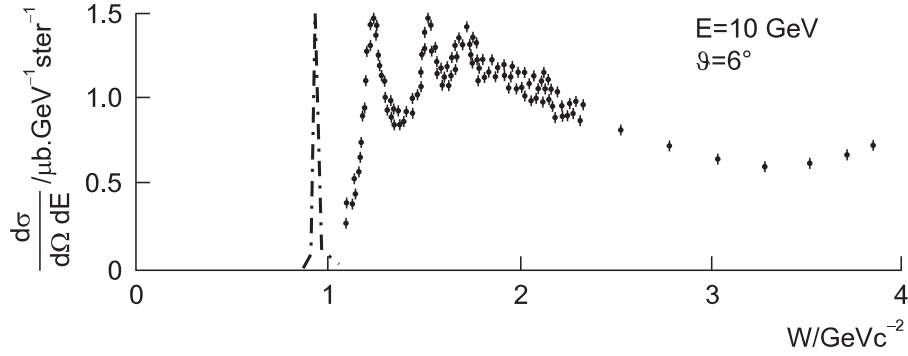


Slika 4.17: Dijagram najnižeg reda za produkciju hadrona X u procesu $e^- p \rightarrow e X$

sumi, preko svih produciranih hadrona, postoji dodatna kinematička varijabla pridružena konačnoj hadronskoj masi. U navedenom primjeru invarijantna masa W odgovara masi Δ rezonance, $W^2 = M_\Delta^2$.

Eksperiment pokazuje vrhove u udarnom presjeku – uske kad se proton ne raspada i nešto šire kad je meta pobuđena u rezonantna barionska stanja. Iznad rezonancija višestručna stanja daju glatku raspodjelu u nedostajućoj invarijantnoj masi W (sl. 4.18).

Pri izvođenju formule za udarni presjek leptonski dio ostaje kao kod elastičnog raspršenja, ali se hadronski dio mijenja. Konačno stanje više nije prikazano jednim spinorom “ \bar{u} ” pa struja $J^\mu \sim \bar{u}\Gamma^\mu u$ više nije odgovarajuća. Stoga poopću-



Slika 4.18: Udarni presjek za $ep \rightarrow eX$ u ovisnosti o nedostajućoj masi W sa **SLAC**-ovih mjerenja

jemo

$$d\sigma \sim L_{\mu\nu}^{elektron} K_{proton}^{\mu\nu} \quad (\text{elastičnog raspršenja}) \quad (4.103)$$

na

$$d\sigma \sim L_{\mu\nu}^{elektron} W_{proton}^{\mu\nu} \quad (\text{neelastičnog}) . \quad (4.104)$$

Ovdje uvedeni hadronski tenzor $W^{\mu\nu}$ parametrizira naše nepoznavanje struje. Kao i prije, relevantan je simetrični tenzor oblika

$$W^{\mu\nu} = -W_1 g^{\mu\nu} + \frac{W_2}{M^2} p^\mu p^\nu + \frac{W_4}{M^2} q^\mu q^\nu + \frac{W_5}{M^2} (p^\mu q^\nu + q^\mu p^\nu) , \quad (4.105)$$

no ovaj put W_i su funkcije od dva nezavisna skalara, q^2 i $q \cdot p$ (p_{tot}^2 više nije fiksiran, pa $q \cdot p$ više nije $-q^2/2$). I dalje vrijedi $q_\mu W^{\mu\nu} = 0$ (iz očuvanja struje $\partial_\mu \tilde{J}^\mu = 0$ u hadronskom vrhu), pa je

$$W_5 = -\frac{(q \cdot p)}{q^2} W_2 , \quad (4.106)$$

$$W_4 = \frac{M^2}{q^2} W_1 + \left(\frac{q \cdot p}{q^2} \right)^2 W_2 . \quad (4.107)$$

Dakle, $W^{\mu\nu}$ se izražava preko dvije "strukturne funkcije" $W_{1,2}$:

$$W^{\mu\nu} = W_1 \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) + \frac{W_2}{M^2} \left(p^\mu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\mu \right) \left(p^\nu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\nu \right) . \quad (4.108)$$

Inkluzivni diferencijalni udarni presjek (za sva moguća konačna stanja) raspršenja bezmasenog elektrona na protonu u mirovanju, opisan je izrazom

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \frac{\alpha^2 E'}{q^2 E} L_{elektron}^{\mu\nu} W_{proton}^{\mu\nu} . \quad (4.109)$$

Kontrakcija poznatog leptonskog tenzora i novouvedenog hadronskog tenzora (4.108) daje

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \left(\frac{\alpha}{2E \sin^2 \frac{\vartheta}{2}} \right)^2 [2W_1 \sin^2 \frac{\vartheta}{2} + W_2 \cos^2 \frac{\vartheta}{2}]. \quad (4.110)$$

U Rosenbulthovoj formuli (4.85) K_1 i K_2 ovise o jednoj varijabli (eksperimentalni fizičari daju prednost varijabli ϑ , a teorijski fizičari varijabli q^2), dok strukturne funkcije W_1 i W_2 za danu upadnu energiju E ovise o dvije nezavisne varijable (“eksperimentalnih” E' i ϑ i “teorijskih” q^2 i $q \cdot p$).

Invarijantna masa konačnog hadronskog sustava u relaciji je s q^2 i prijenosom energije u sustavu mirovanja protona $\nu = E - E'$ na način

$$W^2 = (p + q)^2 = M^2 + 2M\nu + q^2. \quad (4.111)$$

Navedimo još neke izbore “teorijskih varijabli” koje možemo naći u literaturi :

$$q^2 \quad \& \quad \nu \equiv \frac{q \cdot p}{M}, \quad (4.112)$$

$$q^2 \quad \& \quad x \equiv -\frac{q^2}{2q \cdot p}, \quad (4.113)$$

$$y = \frac{p \cdot q}{p \cdot k} \quad \& \quad x = -\frac{q^2}{2q \cdot p} \equiv \frac{-q^2}{2M\nu}. \quad (4.114)$$

U posljednjem slučaju obje varijable su bezdimenzionalne. Njihovo kinematički dozvoljeno područje za $ep \rightarrow eX$ raspršenje je $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$. Gornji izraz za diferencijalni udarni presjek prelazi u Rosenbluthovu formulu (4.85) supstitucijom (za elastično raspršenje $x \equiv 1$)

$$W_{1,2}(q^2, x) = -\frac{K_{1,2}(q^2)}{2Mq^2} \delta(x - 1). \quad (4.115)$$

Na ovom koraku funkcije strukture su neodređene i traži se teorija koja bi dala njihov uspješan proračun. Najjednostavniji model, u kojem se proton tretira kao točkasti naboj, daje izjednačavanjem $L^{\mu\nu} = K^{\mu\nu}$ iz (4.70) i (4.67): $K_1 = -q^2$, $K_2 = (2M)^2$. Usporedba s pokusom pokazuje da je model očigledno neadekvatan na visokim energijama. Na tim ćemo energijama biti upućeni na kvarkovske stupnjeve slobode.

4.2.3 Duboko-neelastično raspršenje i partonski model

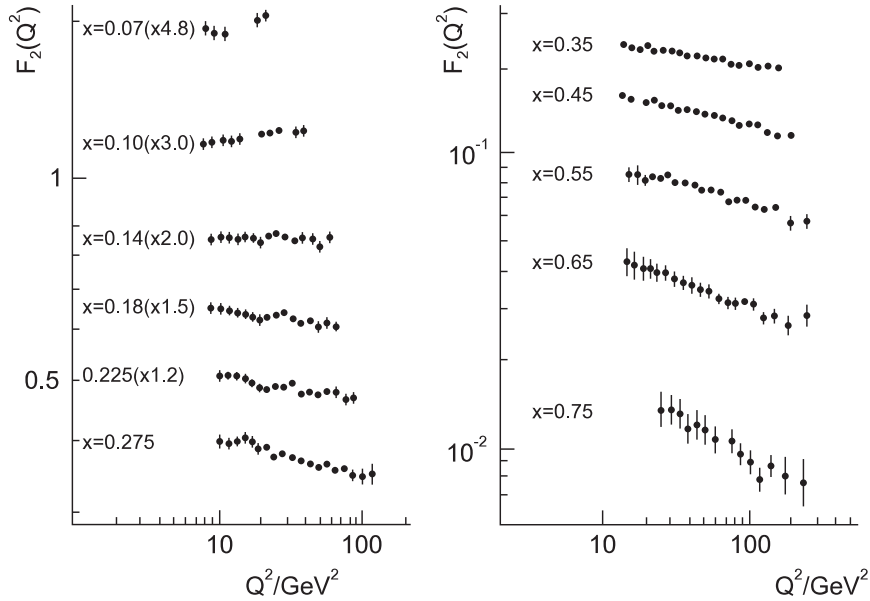
Bjorken je krajem 60-tih predvidio da na vrlo visokim energijama (u tzv. duboko neelastičnom režimu) ovisnost neelastičnih strukturnih funkcija $W_{1,2}(q^2, x)$ o q^2

trne i preostaje samo ovisnost o $x = -q^2/2q \cdot p$. Ponašanje koje je Bjorken dokučio na temelju teorijskih analiza u okviru algebre struja, spomenute u odjeljku 4.1.3

$$MW_1(q^2, x) \rightarrow F_1(x) \quad (4.116)$$

$$\frac{-q^2}{2Mx}W_2(q^2, x) \rightarrow F_2(x), \quad (4.117)$$

nazvano je “Bjorkenovim skaliranjem” (od engl. *scaling*). Ta simetrija na promjenu mjerila (skale), eksperimentalno je potvrđena⁴ u ranim 70-tim na SLAC-u. Takvo ponašanje odražava činjenicu da proton ima točkaste konstituente, “partone” (u ono vrijeme kvarkovi se nisu uzimali ozbiljno). Naime, prije opisana statička svojstva Diracove točkaste čestice prikazana su konstantnim vrijednostima, dok odgovarajuće funkcije strukture kod elastičnog raspršenja doživljavaju u intervalu $5 < Q^2 < 30 \text{ GeV}^2$ pad za dva reda veličine. Na slici 4.19 ilustrirana je simetrija na promjenu skale pri mjerenju vrijednosti F_2 u području $5 < Q^2 < 200 \text{ GeV}^2$ za danu vrijednost x -varijable. C.G. Callan i D. Gross sugerirali su dodatnu vezu



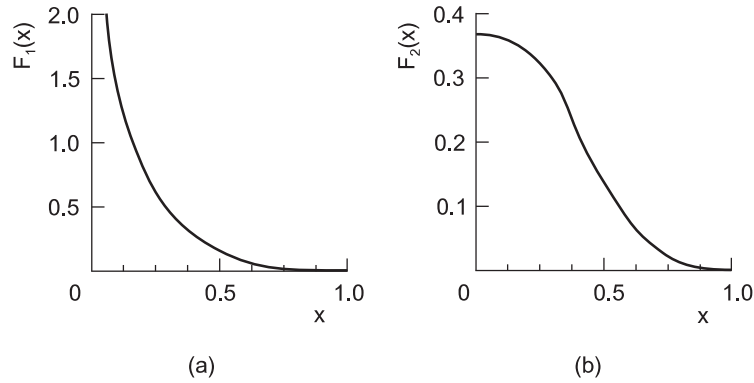
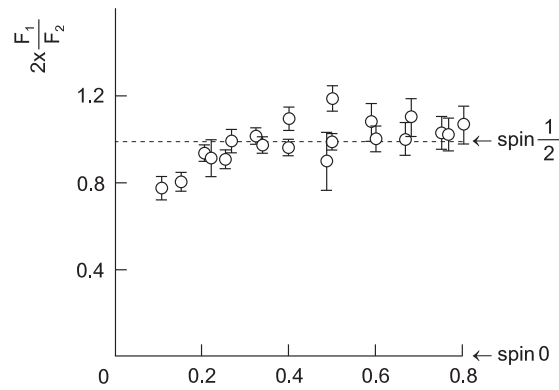
Slika 4.19: Mjerenja strukturne funkcije $F_2(x, Q^2)$ u duboko neelastičnim raspršenjima miona

Bjorkenovih simetričnih funkcija (sl. 4.20)

$$2xF_1(x) = F_2(x) \quad (4.118)$$

što je također eksperimentalno potvrđeno (sl. 4.21). Relacija (4.118) odražava či-

⁴za $Q^2 \geq 1(\text{GeV}/c)^2$ i $(q \cdot p) \geq 3.5(\text{GeV}/c)^2$


 Slika 4.20: *Strukturalne funkcije* $F_1(x)$ i $F_2(x)$

 Slika 4.21: *Eksperimentalno provjerene Callan–Gross-ove relacije* (4.118)

njenicu da *nabijeni* konstituenti protona nose spin $1/2$ (za spin 0 bilo bi $2xF_1/F_2 = 0$, što proturiječi eksperimentu). Objašnjenje ovih ponašanja strukturalnih funkcija dao je *partonski model* hadrona.

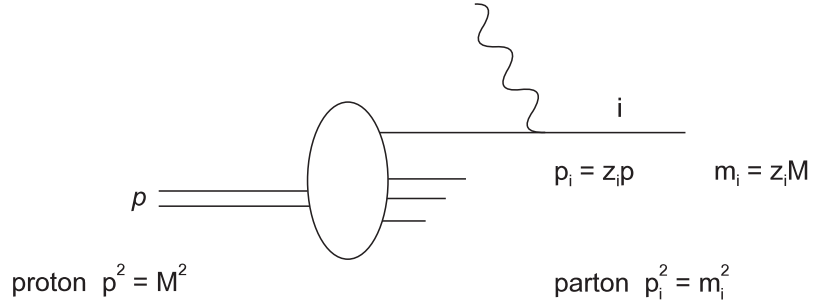
Partonski model koji je uveo Feynman polazi od slike, po kojoj se raspršenje odvija na točkastim konstituentima protona, partonima spina $1/2$ (sl. 4.22). Za točkasti naboj, strukturalne funkcije raspršenja na kvarku vrste “ i ” mase m_i i impulsa p_i , varijable $x_i = -(q^2)/(2q \cdot p_i)$ i naboja Q_i ($2/3$ za u i $-1/3$ za d)

$$W_1^i = \frac{Q_i^2}{2m_i} \delta(x_i - 1), \quad W_2^i = -\frac{2m_i Q_i^2}{q^2} \delta(x_i - 1). \quad (4.119)$$

Fracija ili udio z_i partona u masi i impulsu protona određuje⁵

$$x_i = \frac{x}{z_i}, \quad \delta\left(\frac{x}{z_i} - 1\right) = z_i \delta(x - z_i), \quad (4.120)$$

⁵uz zanemarivanje transverzalnih impulsa partona, što se može opravdati u sustavu beskonačnog impulsa (engl. *infinite momentum frame*)



Slika 4.22: Raspršenje u partonskoj slici

a time

$$W_1^i = \frac{Q_i^2}{2m_i/z_i} \delta(x - z_i), \quad W_2^i = -\frac{2x^2 M}{q^2} Q_i^2 \delta(x - z_i). \quad (4.121)$$

Uvedemo li još $f_i(z_i)$, vjerojatnost da i -ti kvark nosi frakciju impulsa z_i , tada integracija po z_i i sumiranje po kvarkovima daje

$$W_1 = \sum_i \int_0^1 \frac{Q_i^2}{2M} \delta(x - z_i) f_i(z_i) dz_i = \frac{1}{2M} \sum_i Q_i^2 f_i(x) \quad (4.122)$$

$$\begin{aligned} W_2 &= \sum_i \int_0^1 \left(-\frac{2x^2 M}{q^2} \right) Q_i^2 \delta(x - z_i) f_i(z_i) dz_i \\ &= -\frac{2M}{q^2} x^2 \sum_i Q_i^2 f_i(x) \end{aligned} \quad (4.123)$$

Na taj način partonska slika daje

$$\begin{aligned} MW_1 &= \frac{1}{2} \sum_i Q_i^2 f_i(x) \equiv F_1(x), \\ -\frac{q^2}{2Mx} W_2 &= x \sum_i Q_i^2 f_i(x) \equiv F_2(x) \end{aligned} \quad (4.124)$$

čime je potvrđeno i Bjorkenovo skaliranje (4.116, 4.117) i Callan-Grossova relacija (4.118). Ujedno je analiza visokoenergijskog $e - p$ raspršenja pojednostavljena: umjesto s dvije nepoznate funkcije $W_1(q^2, x)$, $W_2(q^2, x)$ radimo s *jednom* funkcijom *jedne* varijable, $F_1(x)$. Vraćanjem na relaciju (4.110) za inkluzivni diferencijalni udarni presjek neelastičnog raspršenja dobivamo

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \frac{F_1(x)}{2M} \left(\frac{\alpha}{E \sin \frac{\vartheta}{2}} \right)^2 \left[1 + \frac{2EE'}{(E - E')^2} \cos^2 \frac{\vartheta}{2} \right]. \quad (4.125)$$

Dakle, posao je završen kad se nađu funkcije vjerojatnosti $f_i(x)$, koje onda daju $F_1(x) = 1/2 \sum_i Q_i^2 f_i(x)$.

□ FUNKCIJE RASPODJELA KVARKOVA

Pođe li se od slike raspršenja na točkastim partonima, gdje je frakcija impulsa nošena i -tim kvarkom proporcionalna njegovoj masi, gustoća vjerojatnosti mora biti delta funkcija

$$f_i(z_i) = \delta\left(\frac{m_i}{M} - z_i\right). \quad (4.126)$$

Ukupna vjerojatnost nalaženja danog kvarka s nekim dijelom impulsa protona je jedinica,

$$\int_0^1 f_i(x) dx = 1. \quad (4.127)$$

Nadalje za proton sastava uud , od takvih slobodnih (nezavisnih, nevezanih) kvarkova vrijedilo bi

$$F_1(x) = \frac{1}{2} \left[2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \delta\left(\frac{m_u}{M} - x\right) + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \delta\left(\frac{m_d}{M} - x\right) \right]. \quad (4.128)$$

Rezultat se pojednostavi u približenju jednakih masa, $m_u = m_d$:

$$F_1(x) = \frac{1}{2} \delta\left(\frac{m_u}{M} - x\right), \quad F_2(x) = x \delta\left(\frac{m_u}{M} - x\right). \quad (4.129)$$

Udarni presjek svodi se na oblik elastičnog $e - \mu$ raspršenja ($e - \mu$ kvark raspršenja), što je daleko od eksperimentalnih krivulja sa slike 4.20. Očigledno model je prejednostavan. Razložimo to:

a) Protoni se ne sastoje samo od kvarkova

Opišimo s $u(x)$ gustoću vjerojatnosti da je frakcija impulsa x nošena u kvarkom. Tada za veliki uzorak protona, $u(x)dx$ opisuje srednji broj u kvarkova po protonu s impulsom između x i $(x + dx)$. Slično, $d(x)$ opisuje odgovarajuću vjerojatnost za d kvark. Tada prema (4.124) vrijedi

$$F_2(x) = x \left\{ \left(\frac{2}{3}\right)^2 u(x) + \left(\frac{1}{3}\right)^2 d(x) \right\}. \quad (4.130)$$

Prisjetimo se da relacija (4.128) naivnog modela daje

$$u(x) = 2\delta\left(\frac{m_u}{M} - x\right), \quad d(x) = \delta\left(\frac{m_d}{M} - x\right) \quad (4.131)$$

pa smo u napasti da pretpostavimo $u(x) = 2d(x)$. No, eksperimentalni podaci ne podupiru takvu pretpostavku – bar ne u blizini $x = 0$ i $x = 1$, kao što se vidi iz slike 4.23. No zato je srednji impuls nošen u kvarkom

$$\int_0^1 pxu(x)dx \quad (4.132)$$

dvostruko veći od srednjeg impulsa nošenog d kvarkom (jer je ovih upola manje, a otprilike su iste mase):

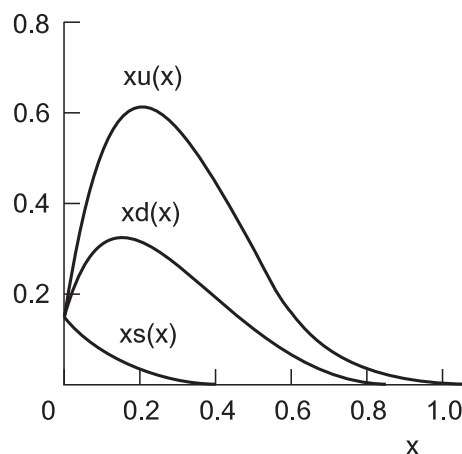
$$\int_0^1 xu(x)dx = 2 \int_0^1 xd(x)dx . \quad (4.133)$$

To je potvrđeno u raspršenjima elektrona na neutronu. Kombiniranjem (4.130) i (4.133) izlazi

$$\begin{aligned} \int_0^1 F_2(x)dx &= \int_0^1 dx x \left[\frac{4}{9}u(x) + \frac{1}{9}d(x) \right] \\ &= \left(\frac{8}{9} + \frac{1}{9} \right) \int_0^1 xd(x)dx . \end{aligned} \quad (4.134)$$

Odatle nalazimo

$$\int_0^1 xd(x)dx = \int_0^1 F_2(x)dx \simeq 0.18 . \quad (4.135)$$



Slika 4.23: Mjerene funkcije raspodjele kvarkova

Posljednji korak dobiven je mjerenjem površine ispod eksperimentalne krivulje na slici 4.20. Sukladno tome

$$\int_0^1 xu(x)dx \simeq 0.36 . \quad (4.136)$$

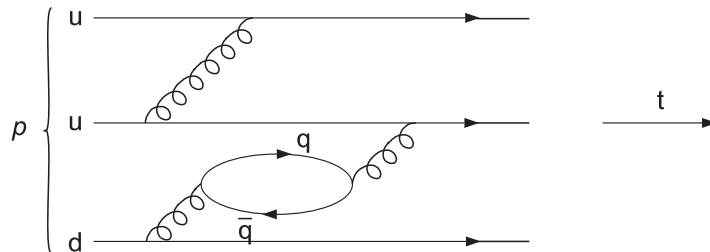
Odatle izlazi važna informacija: srednji impuls koji je ukupno nošen kvarkovima

$$\int_0^1 xpu(x)dx + \int_0^1 xpd(x)dx = p(0.18 + 0.36) = 0.54p . \quad (4.137)$$

Dakle usrednjeno, samo je otprilike 54% impulsa protona obuhvaćeno kvarkovima. Ostatak bi trebao biti u *gluonima*, koji ne nose električni naboj, pa ih fotoni ne vide. Naravno, razlika (manjak) impulsa, pripisat će se takvim *nenabijenim* partonima.

b) Kvarkovski sadržaj protona je kompliciraniji od naivno očekivanog

Budući da gluoni mogu producirati $q - \bar{q}$ (kvark-antikvark) parove (sl. 4.24), u svakom trenutku proton može sadržavati dodatni $u\bar{u}$, $d\bar{d}$ ili $s\bar{s}$ par (ili nekoliko takvih parova) pa čak i $c\bar{c}$ i $b\bar{b}$ par ($t\bar{t}$ par je malo vjerojatan, zbog velike mase teških t kvarkova). Budući da se virtualni foton u $e - p$ raspršenju stvarno može



Slika 4.24: "Originalne kvarkove zvat ćemo valentnima, a dodatne (lake, $q = u, d, s$ kvarkove) kvarkovima mora

vezati na takve kvarkove (tzv. *kvarkove mora*), strukturna funkcija

$$F_1(x) = \frac{1}{2} \sum_i Q_i^2 f_i(x) \simeq \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{2}{3} \right)^2 u(x) + \left(\frac{1}{3} \right)^2 d(x) \right\} \quad (4.138)$$

postaje

$$F_1(x) = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{2}{3} \right)^2 [u(x) + \bar{u}(x)] \right.$$

$$+ \left(\frac{1}{3}\right)^2 [d(x) + \bar{d}(x) + s(x) + \bar{s}(x)] \Big\} . \quad (4.139)$$

Time smo problem hadronskih strukturnih funkcija sveli na šest nepoznatih “strukturnih” funkcija kvarkova — funkcija *raspodjele* kvarkova. Na sreću iste funkcije kvarkovskih raspodjela pojavljuju se (s različitim koeficijentima) u $e - p$, $e - n$, $\nu - p$ raspršenjima, pa ćemo imati dovoljan broj jednažbi za određivanje nepoznatih raspodjela kvarkova. Nadalje, funkcije kvarkovskih raspodjela podvrgnute su određenim “*sumacijskim pravilima*” koja izlaze iz okvira ovih predavanja. Ovdje ćemo se zadovoljiti približnim postupkom procjene doprinosa mora. Budući da su *kvarkovi mora* producirani istim mehanizmom i imaju približno istu masu, smisleno je pretpostaviti da se svi kvarkovi mora pojavljuju s istom vjerojatnošću

$$\bar{u}(x) \simeq \bar{d}(x) \simeq \bar{s}(x) \simeq s(x) . \quad (4.140)$$

Nadalje raspodjele u i d kvarkova mogu se razdvojiti na *valentni* dio i dio *mora* (za posljednji pretpostavimo da odgovara raspodjeli $s(x)$):

$$\begin{aligned} u(x) &= u_v(x) + s(x) , \\ d(x) &= d_v(x) + s(x) . \end{aligned} \quad (4.141)$$

Sada smo problem reducirali na *tri* nepoznate funkcije raspodjele:

$$\begin{aligned} F_1(x) &= \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{2}{3}\right)^2 [u_v + s + s] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [d_v + s + s + 2s] \right\} \\ &= \frac{1}{18} \{4u_v(x) + d_v(x) + 12s(x)\} . \end{aligned} \quad (4.142)$$

Oblik funkcije raspodjele odredi se iz eksperimenta. Primjetimo da more doprinosi za niske vrijednosti Bjorkenove varijable x — *kvarkovi mora nose mali udio impulsa protona*⁶. To je razlogom da smo ih u prvom približenju mogli zanemariti pri proračunu gluonskog doprinosa impulsu.

Izvjesno je da imamo dva valentna u kvarka i jedan valentni d kvark, dakle $\int_0^1 u_v(x)dx = 2 \int_0^1 d_v(x)dx = 1$. Odatle slijedi

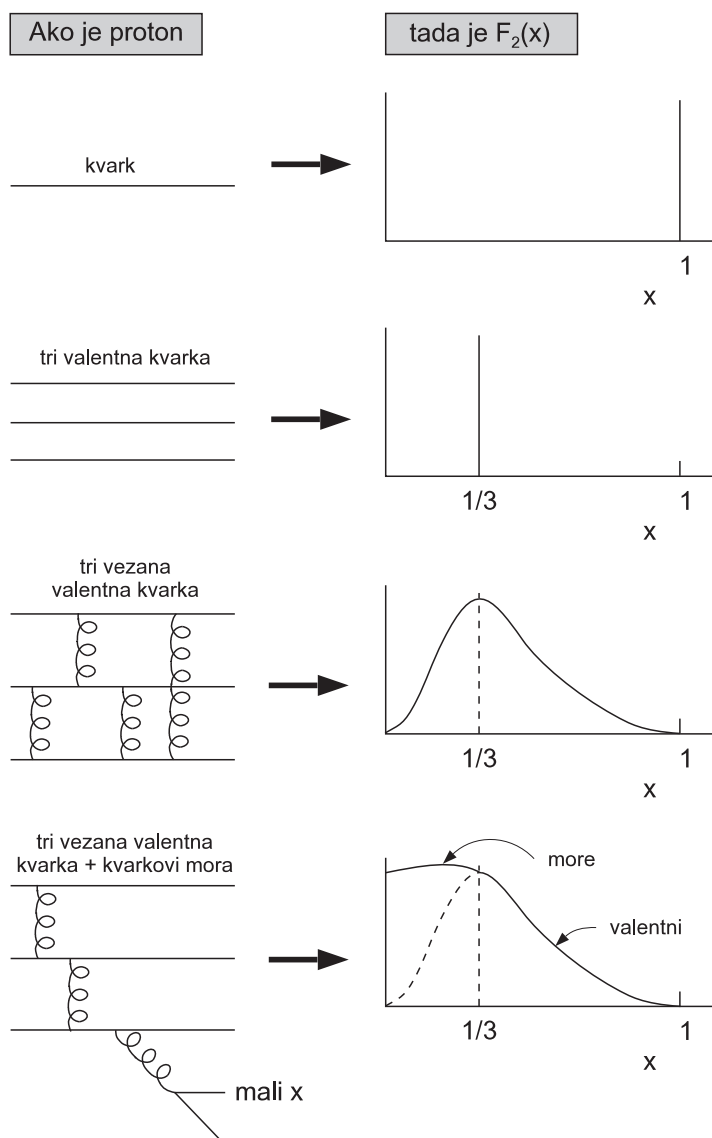
$$\frac{12}{18} \int_0^1 s(x)dx = \int_0^1 F_1(x)dx - \frac{1}{2} , \quad (4.143)$$

odnosno

$$\int_0^1 s(x)dx = \frac{3}{4} \left(2 \int_0^1 F_1(x)dx - 1 \right) . \quad (4.144)$$

⁶u novije vrijeme dosta se pažnje posvećuje spinu i stranosti nukleona

U načelu, srednji broj kvarkova mora bilo koje vrste mogli bi odrediti mjerenjem površine ispod krivulje za $F_1(x)$. U praksi postoji poteškoća ekstrapolacije eksperimentalne krivulje na $x \rightarrow 0$, što omogućuje bilo koji broj između 0.5 i beskonačno. Pokusi pokazuju da more kvark-antikvark parova dominira na vrlo malim x -vrijednostima, dok za $x \geq 0.3$ dominantan doprinos partonskim raspodjelama daju valentni kvarkovi (sl. 4.25).

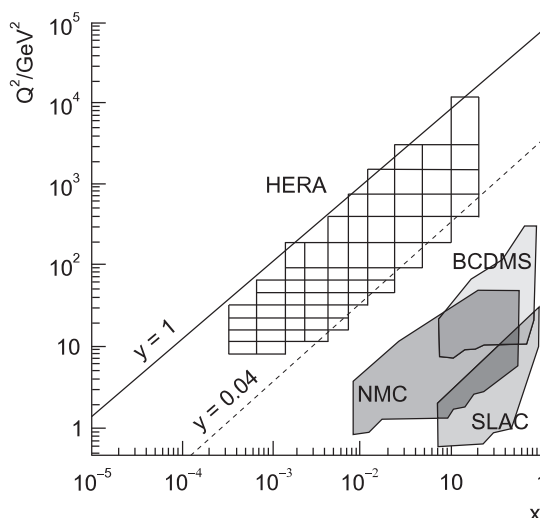


Slika 4.25: Ovisnost strukturne funkcije o pretpostavljenoj strukturi protona

Još jedno važno opažanje odnosi se na odstupanje od egzaktno simetrije na skalu. Naime, porastom $-q^2$ sve je važniji proces emisije gluona (poput sinkro-

tronskog zračenja u elektrodinamici). Prije nego pogođeni kvark izmijeni foton on može emitirati gluon, koji odnosi dio početnog impulsa kvarka. Zbog te pridružene gluonske emisije kod većih $-q^2$, efektivne kvarkovske raspodjele pomiču se na manje vrijednosti frakcije impulsa x . U pokusima, to se vidi kao opadanje strukturne funkcije za fiksirane vrijednosti $x > 0.2$. Istovremeno, na malim x (gdje su doprinosi mora važni), strukturne funkcije doživljavaju blagi porast na većim $-q^2$ (gdje se emitira više gluona, što je praćeno porastom kvark-antikvark parova mora).

Proučavanje područja do $x \sim 10^{-4}$ omogućeno je puštanjem u rad **HERA**-e, $e - p$ sudarivača na **DESY**-u u Hamburgu. Naime, eksperimenti **HERA**-e proširuju dostupno kinematičko područje na velike vrijednosti $-q^2 \equiv Q^2 > 5 \times 10^4 \text{ GeV}^2$ i vrlo male vrijednosti $x < 10^{-4}$ (sl. 4.26). Već obavljena mjerenja poka-



Slika 4.26: Kinematičko područje ravnine (x, Q^2) gdje je istaknut raspon u varijabli $y = Q^2/xs$ dostupan **HERA**-inim pokusima **H1** i **ZEUS**. Za usporedbu je označeno područje dubokoelastičnih pokusa na **SLAC**-u, i mionskih pokusa **BCDMS** i **NMC** na **CERN**-u

zuju porast strukturne funkcije $F_2^{ep}(x, Q^2)$ s opadajućim x , za fiksiranu vrijednost Q^2 . Oko vrijednosti $x \sim 10^{-3}$ smanjenje x -a za red veličine povećava $F_2^{ep}(x, Q^2)$ za faktor dva. Opažen porast $F_2^{ep}(x, Q^2)$ s rastućim Q^2 (za $x < 0.1$), u skladu je s gore opisanim očekivanjem odstupanja od simetrije na promjenu skale.

4.3 Potvrde gluona i QCD

Na naizgled neobičan način, putem elektrodinamike stigli smo do temeljnih sastavnica opisa fundamentalnog jakog međudjelovanja. Ipak, nova dinamika, kromodinamika – dinamika boje (**QCD** od engl. *quantum chromodynamics*), u nekim će se pojavnostima bitno razlikovati od svog elektrodinamičkog **QED** uzora.

4.3.1 Formulacija teorije jakog međudjelovanja

Nakon što smo se uvjerali da kvarkovi posjeduju dodatni kvantni broj — naboj koji ćemo zvati *bojom*, našli smo među partonima dokaz za postojanje gluona koji se vežu na taj novi naboj. Teorija dinamike boje — kvantna kromodinamika oponašat će kvantnu elektrodinamiku. Pri opisu jakog međudjelovanja, ulogu elektrona i fotona preuzet će kvarkovi i gluoni. Njihova dinamika bit će određena baždarnom simetrijom $SU(3)$, za 3 boje kvarkova. Zahtijevamo da lagrangian slobodnih kvarkovskih polja s tri boje $k = 1, 2, 3$ (crven, zelen, plavi)

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma \cdot \partial - m)\psi \equiv \bar{\psi}_k(i\gamma \cdot \partial - m)\psi_k \quad (4.145)$$

bude invarijantan na $SU(3)$ rotacije

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{i\theta^a \frac{\lambda^a}{2}} \psi, \quad a = 1, 2, \dots, 8. \quad (4.146)$$

Kvarkovi se transformiraju kao fundamentalna **3**-reprezentacija. Generatorima $SU(3)$ grupe koji su izraženi Gell-Mannovim matricama $T^a = \lambda^a/2$, pridruženo je osam gluonskih polja koja ulaze u međudjelovanje s kvarkovima putem kovarijantne derivacije

$$\begin{aligned} \partial_\mu \psi_k \rightarrow D_\mu \psi_k &= \partial_\mu \psi_k - ig \frac{1}{2} \lambda_{kl}^a A_\mu^a \psi_l \\ &\equiv (\partial_\mu - ig A_\mu)_{kl} \psi_l. \end{aligned} \quad (4.147)$$

Tenzor jakosti polja

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf_{abc} A_\mu^b A_\nu^c \quad (4.148)$$

transformira se po adjungiranoj (regularnoj) reprezentaciji $SU(3)$, 8×8 matricama

$$(T_{adj}^a)^{bc} = -if^{abc}, \quad a, b, c = 1, 2, \dots, 8, \quad (4.149)$$

koje zadovoljavaju

$$[T_{adj}^a, T_{adj}^b] = if^{abc} T_{adj}^c. \quad (4.150)$$

Baždarno invarijantni lagrangian

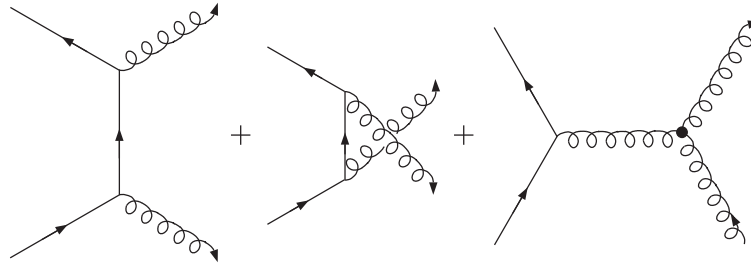
$$\mathcal{L}^{QCD} = \bar{\psi}(i\gamma \cdot D - m)\psi - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} \quad (4.151)$$

sadrži međudjelovanje kvarkova i gluona

$$\mathcal{L}_{int} = g\bar{\psi}_k \frac{1}{2}\lambda_{kl}^a A_\mu^a \gamma^\mu \psi_l, \quad (4.152)$$

kvark gluonski vrh, koji se od elektromagnetskog razlikuje u pojavljivanju λ matrice koja opisuje transformaciju boje u tom vrhu. U usporedbi s elektrodinamikom, kinetički član gluona kvadratičan u tenzoru polja $F_{\mu\nu}^i$ sadrži dodatni trogluonski i četvergluonski vrh kao bitnu novinu. Gluoni, koji i sami posjeduju “jaki naboj” – boju, međusobno se vežu kroz gornje članove samointerakcije.

Množenjem dvaju tenzora jakosti polja vidimo da trogluonski vrh dolazi s vezanjem razmjernim g , a četvergluonski s vezanjem razmjernim g^2 . Tako će već u najnižem redu amplituda komptonskog raspršenja u kromodinamičkoj verziji (sl. 4.27) imati dodatni dijagram od trogluonskog vrha. U slijedećem redu pojaviti



Slika 4.27: Dodatno trogluonsko vezanje koje se pojavljuje u komptonskoj amplitudi kromodinamike

će se i dijagram s četvergluonskim vrhom, što naznačuje komplikacije računa unešene neabelovskom prirodom ove teorije.

□ SVOJSTVO ZATOČENIŠTVA KVARKOVA I GLUONA

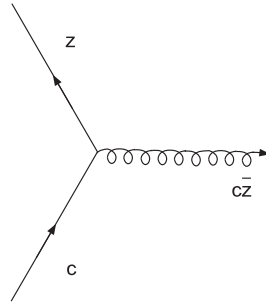
Najočiglednija razlika od elektrodinamike je empirijska činjenica neopažanja kvarkova ili gluona kao slobodnih obojenih čestica, nazvana *zatočenjem* tih čestica. U pokusima se kvarkovsko-gluonska raspršenja pojavljuju samo kao dio hadronskih raspršenja.

Zatočenje je odgovor i na pitanje: kako to da bezmaseni gluoni (kakvi se traže kao baždarne čestice) vode na silu koja je među opservabilnim česticama evidentno kratkodosežna?!

Pođimo od specifikacije kvarkovskog stanja u kromodinamici. Diracov spinor $u(p, s)$ kakav znademo iz elektrodinamike treba dopuniti (pomnožiti) vektorom stupcem — bojnim dijelom pridružene valne funkcije, koja već sadrži impuls i spin. Označimo taj faktor, redom,

$$C = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ i } \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.153)$$

za kvark crvene (c) zelene (z) ili plave (p) boje. Tada se u kvarkovsko-gluonskom vrhu mijenja boja kvarka, pri čemu razliku odnosi gluon. Primjerice, slika 4.28 prikazuje prijelaz crvenog kvarka u zeleni kvark, emisijom “crveno-antizelenog”



Slika 4.28: *Primjer promjene boje kvarka pri emisiji obojenog gluona*

gluona. Na taj način može se formirati devet gluonskih vrsta $c\bar{c}$, $c\bar{z}$, $c\bar{p}$, $z\bar{c}$, $z\bar{z}$, $z\bar{p}$, $p\bar{c}$, $p\bar{z}$, $p\bar{p}$, no oni bi vodili na svijet sasvim različit od našeg. Poslužimo se rastavom produkta fundamentalnih reprezentacija $SU(3)$ grupe na oktet i singlet (kao što smo to učinili u slučaju grupe kvarkovskih vrsta (“okusa”))

$$\mathbf{3} \times \bar{\mathbf{3}} = \mathbf{8} + \mathbf{1} . \quad (4.154)$$

Bojni singlet bio bi deveti,

$$|9\rangle = (c\bar{c} + z\bar{z} + p\bar{p})/\sqrt{3}, \quad (4.155)$$

“bojno invarijantni” gluon, koji ne bi bio podložan zatočeništvu. On bi se mogao izmjenjivati između dva bojna singleta (npr. protona ili neutrona), što bi vodilo na jaku silu dugog doseg. Neopažanje takve sile ukazuje da u našem svijetu ima samo osam gluona, podložnih $SU(3)$ simetriji i opisanih Gell-Mannovim λ matricama (poopćenjem Paulijevih $SU(2)$ matrica iscrpnije prikazanim u dodatku B)

$$\lambda^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda^4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda^5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda^6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.156)$$

$$\lambda^7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda^8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Navedimo ovdje algebru komutatora

$$[\lambda^a, \lambda^b] = 2if^{abc}\lambda^c \quad (4.157)$$

danu strukturnim konstantama grupe $SU(3)$

$$f^{123} = 1, \quad f^{458} = f^{678} = \sqrt{3}/2$$

$$f^{147} = f^{246} = f^{257} = f^{345} = f^{516} = f^{637} = 1/2 \quad (4.158)$$

Ova eksplicitna reprezentacija otkriva nam da se i u oktetu nalaze dva bezbojna gluona, pridružena kvarkovskom prijelazu u kome sjedi dijagonalna λ matrica:

$$|3\rangle = (c\bar{c} - z\bar{z})/\sqrt{2} \quad (4.159)$$

$$|8\rangle = (c\bar{c} - z\bar{z} - 2p\bar{p})/\sqrt{6}. \quad (4.160)$$

No ova stanja nisu singleti⁷.

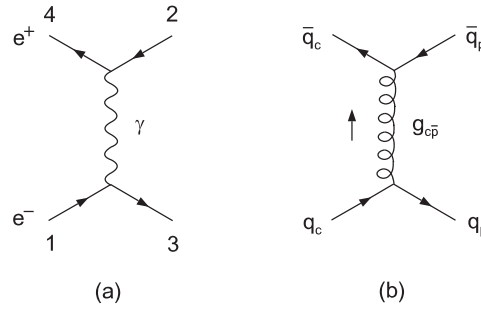
4.3.2 Bojni faktori međudjelovanja kvarka s antikvarkom

Polazna nam je točka ovdje usporedba s elektron-pozitron raspršenjem [?]. Budući da kvarkovska raspršenja $q - q$ ($q - \bar{q}$) ne možemo opažati u laboratoriju, nećemo promatrati udarne presjeke nego efektivne potencijale (**QCD** analogon kulonskog potencijala u **QED**). Budući da perturbacijski razvoj vrijedi za male jakosti vezanja (ostvarene u režimu asimptotske slobode), jednogluonska izmjena bit će odgovorna za kratkodosežni dio potencijala među kvarkovima.

Jednofotonska izmjena između elektrona i pozitrona prema slici 4.29(a) vodi u **QED** na amplitudu

$$i\mathcal{M} = \bar{u}(3)(ie\gamma^\mu)u(1)\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2}\bar{v}(2)(ie\gamma^\nu)v(4), \quad (4.161)$$

⁷kao što projekcija spina $S_z = 0$ ne znači da je spin = 0



Slika 4.29: Izmjena fotona (a) i izmjena gluona (b) u najnižem redu **QED** odnosno **QCD**

dok je amplituda jednogluonske izmjene između kvarka i antikvarka u **QCD** dana prema slici 4.29(b):

$$\begin{aligned}
 i\mathcal{M} &= [\bar{u}(3)C_3^\dagger] \left(-i\frac{g_s}{2} \lambda^\alpha \gamma^\mu \right) [u(1)C_1] \frac{-ig_{\mu\nu} \delta^{\alpha\beta}}{q^2} \\
 &\times [\bar{v}(2)C_2^\dagger] \left(-i\frac{g_s}{2} \lambda^\beta \gamma^\nu \right) [v(4)C_4]. \quad (4.162)
 \end{aligned}$$

Razlika je sadržana u “faktoru boje”

$$f = \frac{1}{4} (C_3^\dagger \lambda^\alpha C_1) (C_2^\dagger \lambda^\alpha C_4^\beta). \quad (4.163)$$

Privlačni potencijal između suprotnih električnih naboja preslikava se na potencijal između kvarka i antikvarka:

$$V_{e^+e^-}(r) = -\frac{\alpha}{r}, \quad (4.164)$$

$$V_{q\bar{q}}(r) = -f \frac{\alpha_s}{r}. \quad (4.165)$$

Sam bojni faktor ovisi o bojnoj strukturi sustava kvarka i antikvarka u interakciji.

◇ *Bojni faktor oktetne kombinacije*

Za konfiguraciju $c\bar{z}$ ulaznog kvarka i antikvarka kao na slici 4.29(b), zbog očuvanja boje vrijedi pridruživanje:

$$\text{izlazni} \begin{cases} \text{kvark} & c \\ \text{antikvark} & z. \end{cases} \quad (4.166)$$

Uz oznake iz (4.153)

$$C_1 = C_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad C_2 = C_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.167)$$

izlazi

$$\begin{aligned}
 f &= \frac{1}{4} \left\{ (100)\lambda^\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \times \left\{ (010)\lambda^\alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \\
 &= \frac{1}{4} (\lambda^\alpha)_{11} (\lambda^\alpha)_{22} = \frac{1}{4} (\lambda_{11}^3 \lambda_{22}^3 + \lambda_{11}^8 \lambda_{22}^8) \\
 &= \frac{1}{4} \left[(1)(-1) + \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1}{\sqrt{3}} \right] = -\frac{1}{6}. \tag{4.168}
 \end{aligned}$$

◇ *Bojni faktor singletne kombinacije*

U prethodnom smo odjeljku vidjeli da je bojno singletno stanje dano kombinacijom boja

$$\frac{1}{\sqrt{3}} (c\bar{c} + z\bar{z} + p\bar{p}). \tag{4.169}$$

Ulazni kvarkovi koji oformljuju mezon bit će u bojno-singletnom stanju pa je bojni faktor suma tri člana, dana s tri izbora za $C_1 = C_2$:

$$\begin{aligned}
 f &= \frac{1}{4} \frac{1}{\sqrt{3}} \left\{ [C_3^\dagger \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}] [(100)\lambda^\alpha C_4] + [C_3^\dagger \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}] [(010)\lambda^\alpha C_4] \right. \\
 &\quad \left. + [C_3^\dagger \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}] [(001)\lambda^\alpha C_4] \right\}. \tag{4.170}
 \end{aligned}$$

izlazni kvarkovi su također nužno u singletnom stanju, što vodi na devet članova, koji rezultiraju s

$$f = \frac{1}{4} \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1}{\sqrt{3}} (\lambda_{ij}^\alpha \lambda_{ji}^\alpha) = \frac{1}{12} \text{Tr}(\lambda^\alpha \lambda^\alpha). \tag{4.171}$$

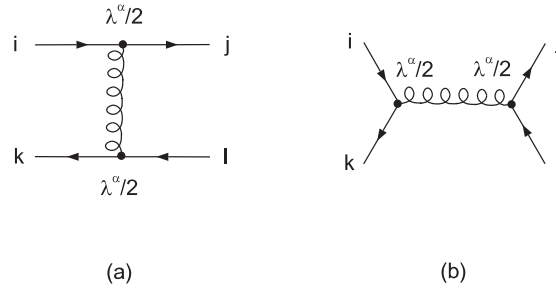
Provjeri se da je $\text{Tr}(\lambda^\alpha \lambda^\beta) = 2\delta^{\alpha\beta}$ pa sumacija preko osam indeksa daje $\text{Tr}(\lambda^\alpha \lambda^\alpha) = 16$, odnosno faktor za *bojni singlet* iznosi

$$f = 4/3. \tag{4.172}$$

Pojašnjenje bojnog faktora za “uhvat” kvarka antikvarkom u bojnom singletu, kako se to ostvaruje u mezonu opisanom s

$$\frac{c\bar{c} + z\bar{z} + p\bar{p}}{\sqrt{3}} \rightarrow \frac{\delta_{ik}}{\sqrt{3}}, \tag{4.173}$$

možemo dati na kompaktan način ilustriran na slici 4.30.



Slika 4.30: Feynmanov dijagram izmjene (a) i anihilacije (b) s gluonom iz okteta

Za izmjenu gluona (iz okteta) dobijemo

$$\frac{(\lambda^\alpha)_{ij}}{2} \frac{(\lambda^\alpha)_{kl}}{2} \frac{\delta_{ik}}{\sqrt{3}} \frac{\delta_{jl}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \text{Tr}(\lambda^\alpha \lambda^\alpha) = 4/3 . \quad (4.174)$$

Za anihilaciju (u gluone iz okteta) dobijemo

$$\frac{(\lambda^\alpha)_{ik}}{2} \frac{(\lambda^\alpha)_{jl}}{2} \frac{\delta_{ik}}{\sqrt{3}} \frac{\delta_{jl}}{\sqrt{3}} \sim (\text{Tr} \lambda^\alpha)(\text{Tr} \lambda^\alpha) = 0 . \quad (4.175)$$

Ovi rezultati daju nam $q - \bar{q}$ potencijale

$$V_{q\bar{q}}(r) = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r} \quad \text{privlačni za bojni singlet} , \quad (4.176)$$

$$V_{q\bar{q}}(r) = \frac{1}{6} \frac{\alpha_s}{r} \quad \text{odbojni za bojni oktet} . \quad (4.177)$$

To pomaže razumijevanju, zašto se vezana stanja opažaju u singletnoj konfiguraciji, a ne u oktetnoj koja bi davala obojene mezone.

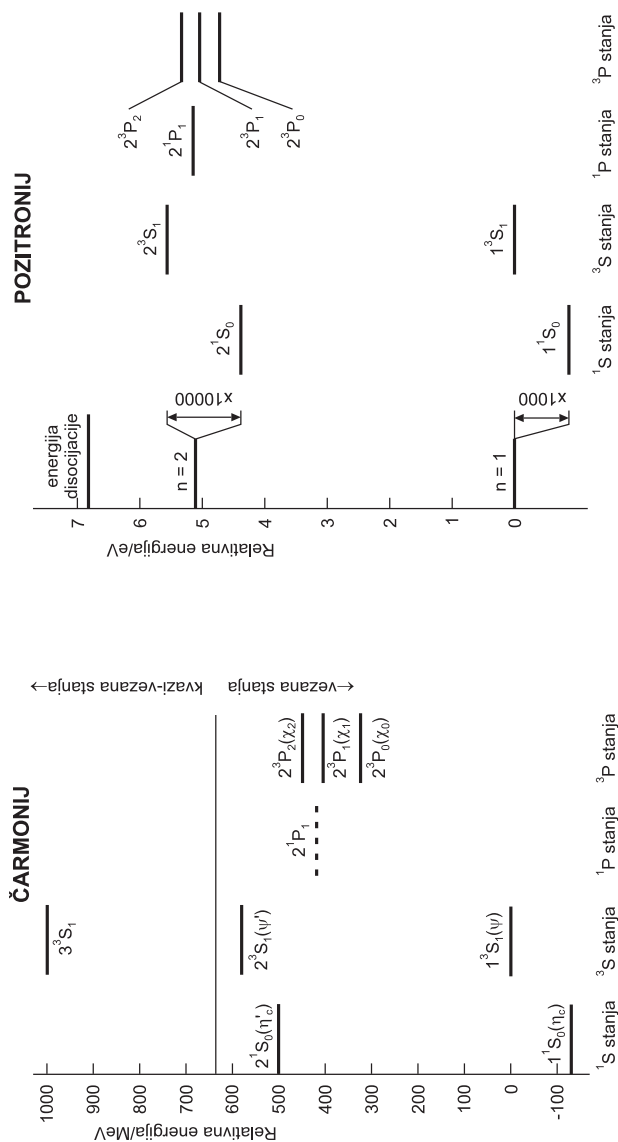
Ovakav potencijal jednogluonske izmjene očito je dobro približenje na malim međukvarkovskim udaljenostima. Na sl. 4.31 i 4.32 vidljivo je da je kvarkonij nerelativistički sustav — energije vezanja izražene stotinama MeV-a male su u usporedbi s masama konstituentnih kvarkova, primjerice $m(J/\Psi)/2$. Potencijal koji ulazi u nerelativističku Schrödingerovu jednadžbu za takve sustave ima oblik

$$V(r) = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r} + \frac{r}{a^2} , \quad (4.178)$$

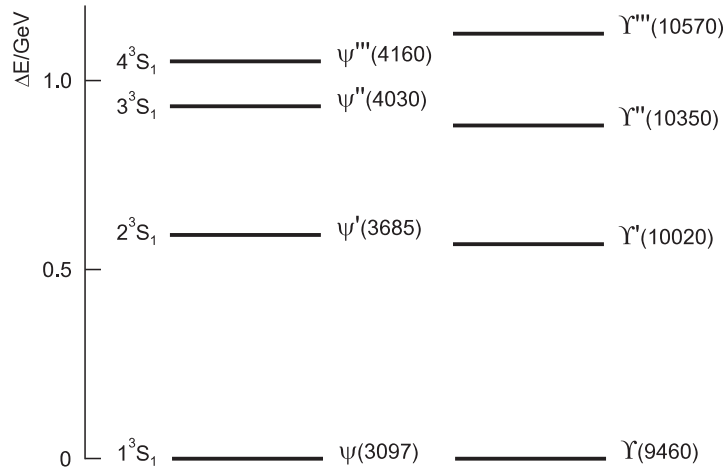
gdje drugi član ne dozvoljava razdvajanje kvarkova na veće udaljenosti.

Za razliku od ovih sustava, sustavi lakih kvarkova (u, d, s) su bitno relativistički. Dva problema koja se pritom nameću:

- ◇ zašto je masa m_π tako mala?



Slika 4.31: Spektar kvarkonija c kvarka ("čarmonija") u usporedbi sa spektrom pozitronija

Slika 4.32: Usporedba energijskih razina J/Ψ i Υ sustava

◇ zašto je masa $m_{\eta'}$ tako velika?

bit će izazov za **QCD** kao fundamentalnu teoriju jake sile. Kasnije ćemo vidjeti da se pion kao laka čestica može shvatiti kao Goldstoneovo pobuđenje (odjeljak ??), dok ćemo se na problem η' mezona (tzv. $U(1)_A$ problem) vratiti u odjeljku ??.

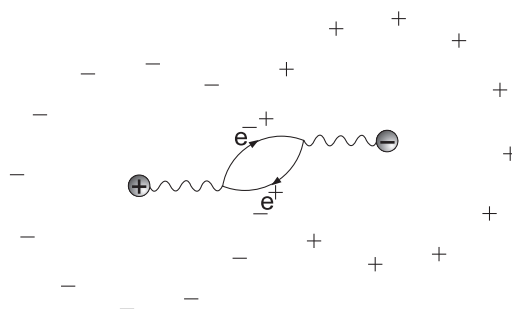
4.3.3 Kvantna kromodinamika

□ SVOJSTVO ASIMPTOTSKE SLOBODE

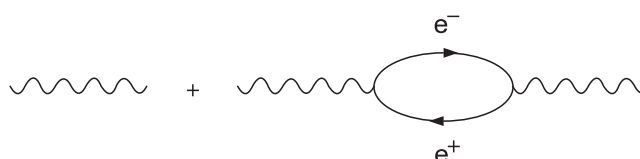
Osim što posjeduje svojstvo da zatočuje obojene čestice unutar dimenzija reda veličine fm, **QCD** posjeduje još jedno neobično svojstvo. Sondiramo li još sitnije dimenzije, tj. radimo li na velikim prijenosima impulsa $|q^2|$, kvarkovi će se ponašati kao slobodne čestice. Ova *asimptotska sloboda* kromodinamike čini nam se u suprotnosti s intuicijom stečenom u elektrodinamici⁸, gdje konstanta fine strukture posjeduje svojstvo *zasjenjenja*. Odgovor je ponovno u svojstvu samointerakcije gluona. U **QED** je zasjenjenje (sl. 4.33) određeno dijagramom vakuumske polarizacije (sl. 4.34), gdje najveći doprinos daju najlakše čestice (elektroni mase m_e), tako da na prijenosima impulsa $-q^2 \gg m_e^2$

$$\alpha(-q^2) \simeq \alpha \left[1 - \frac{\alpha}{3\pi} \ln \left(\frac{-q^2}{m^2} \right) \right]^{-1}. \quad (4.179)$$

⁸Ta “kontraintuitivnost” je znatno usporila objavljivanje asimptotske slobode na fizikalnoj pozornici [?], [?]



Slika 4.33: Zasjenjenje naboja u elektrodinamici



Slika 4.34: QED dijagrami zasjenjenja

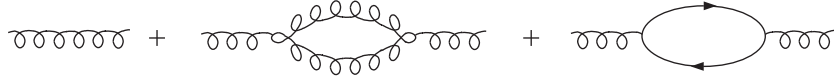
Sukladno tome konstanta fine strukture ovisi o tome na kojoj skali mase se mjeri *promjenjiva jakost vezanja*. Navedimo ovdje samo vrijednosti za pokuse na skali (“prijenosu energije-impulsa” $Q^2 = -q^2$) mase elektrona ili mase W-bozona:

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \rightarrow \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = \begin{cases} 1/137.0359895(61) & \text{na } Q^2 = m_e^2 \\ \simeq 1/128 & \text{na } Q^2 = M_W^2 \end{cases} \quad (4.180)$$

Za razliku od porasta od 2 % na dostupnim energijama od nekoliko stotina GeV-a, $\alpha(-q^2)$ divergira za $(-q^2) \approx m^2 \cdot 10^{570}$. Taj *Landauov pol* mogao bi se povezati s postojanjem čestice imaginarne mase, s $M^2 \approx -m^2 \cdot 10^{570}$. Riječ bi bila o *tahionskoj* čestici, tzv. Landauovom duhu, koja bi se sukladno relaciji (??) širila brže od svjetlosti, s $v^2 = 1 - M^2/E^2$. Na temelju elektrodinamike zaključujemo da vakuum posjeduje svojstvo polarizabilnog sredstva, s *učinkom zasjenjenja* naboja. Ukoliko ulazimo dublje u oblak zasjenjenja, učinkovni naboj će se povećavati. Pri raspršenju kvarkova njihova udaljenost je mjerena kvadratom prenesenog četveroimpulsa Q^2 ,

$$R = 1/\sqrt{Q^2} \quad (4.181)$$

Novi učinak kod vektorskih gluona istog naboja prepoznaje se kao paramagnetsko spin-spin međudjelovanje [?], [?], koje uvjetuje da *učinkovna jakost* opada na manjim udaljenostima. Račun pokazuje [?], [?] da u kromodinamici dominantni član dolazi od gluonskog doprinosa prikazanog na slici 4.35. Uvođenjem skale μ^2 (slobodne “renormalizacijske točke” na kojoj ustanovljujemo teoriju mjerenjem


 Slika 4.35: **QCD** dijagrami koji vode do antizasjenjenja

$\alpha_s^0 \equiv \alpha_s(\mu^2)$, promjenjiva će jakost na bilo kojoj vrijednosti $|q^2|$ biti

$$\alpha_s(-q^2) = \alpha_s(\mu^2) \left[1 + \left(11 - \frac{2}{3} N_F \right) \frac{\alpha_s(\mu^2)}{4\pi} \ln \left(\frac{-q^2}{\mu^2} \right) \right]^{-1}. \quad (4.182)$$

Pri tome za N_F fermionskih petlji na slici 4.35, gluonski član daje predznak suprotan onom iz elektrodinamike. Uvedemo li oznaku $b_0 = 11 - 2/3 N_F$, ponašanje konstante fine strukture jakog međudjelovanja za $M^2 = -q^2 \gg \mu^2$ dano je izrazom

$$\frac{1}{\alpha_s(M^2)} = \frac{1}{\alpha_s(\mu^2)} + \frac{b_0}{4\pi} \ln \frac{M^2}{\mu^2}. \quad (4.183)$$

Uočimo da za razliku od elektrodinamike koja se ustanovljuje na velikim udaljenostima (Thomsonovim mjerenjem konstante fine strukture), u kromodinamici uvodimo karakterističnu skalu kromodinamike Λ_{QCD} putem definicione relacije

$$\alpha_s(M^2) = \frac{\alpha_s^0}{1 + b_0 \frac{\alpha_s^0}{4\pi} \ln \frac{M^2}{\mu^2}} \equiv \frac{1}{\frac{b_0}{4\pi} \ln \frac{M^2}{\Lambda_{QCD}^2}}. \quad (4.184)$$

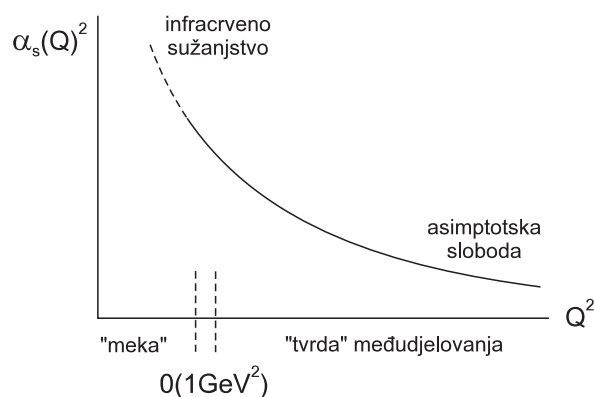
Ona daje

$$\Lambda_{QCD}^2 = \mu^2 \exp \left(-\frac{4\pi}{\alpha_s^0 b_0} \right) \quad (4.185)$$

kao skalu $M^2 = -q^2$ na kojoj $\alpha_s(M^2 = \Lambda_{QCD}^2) \rightarrow \infty$ (Landauov pol **QCD**-a). Jedna od važnih zadaća pokusa bit će mjerenje Λ_{QCD} . S teorijske strane, (4.184) je rezultat perturbativnog računa u najnižem redu (rezultat do 3. reda može se naći u [?]). Ne iznenađuje da pokus daje $\Lambda_{QCD} \simeq 200 \text{ MeV} \simeq 1/R_{\text{protونا}}$ za skalu koja razgraničuje mezone od kvazislobodnih kvarkova. Uz tu vrijednost za $N_F = 5$ i $|q^2| = 1000 \text{ GeV}^2$ dobije se $\alpha_s = 0.16$. Iako je to znatno veće od α_{em} , račun smetnje izgleda moguć. Ipak, porast α_s preko svih granica za $|q^2| \simeq \Lambda_{QCD}^2$ je samo prividan, jer u tom području ne vrijedi formula (4.184) koja je dobivena čisto računom smetnje.

Pokušajmo naći jednostavno fizikalno razumijevanje asimptotske slobode **QCD**-a, kao što smo to imali za zasjenjenje **QED**-a. Zamislimo u ishodištu teški crveni kvark. Kao što je prikazano na slici 4.28, on s nekom vjerojatnosti doživi transformaciju na način $q_c \rightarrow q_z + g_{c\bar{z}}$. U tom slučaju sonda više ne vidi crveni kvark u ishodištu, nego crveni naboj koji se odmaknuo putem gluona u gluonski oblak.

To odmicanje bojnog naboja u gluonski oblak, umjestno njegove koncentracije u ishodištu je očigledno “antizasnjenje”. Nadalje, budući da se vjerojatnost emisije gluona od strane kvarka povećava s porastom prijenosa četveroimpulsa $|q^2|$, u kvarku je usredotočeno sve manje bojnog naboja. Ekvivalentno, na sve manjim dimenzijama kvark se sve više ponaša poput slobodne čestice. Dakle, “konstanta” fine strukture jakog međudjelovanja pokazuje ponašanje prikazano na slici 4.36. Srednje vrijednosti postojećih mjerenja dobivene su ispod produkcije t kvarka,



Slika 4.36: Prikaz promjenjive jakosti **QCD** vezanja. U području jakog vezanja **QCD** može objasniti zatočenje boje, dok na visokim vrijednostima Q^2 dopušta perturbacijski račun u α_s

dakle za $N_F = 5$ aktivnih vrsta

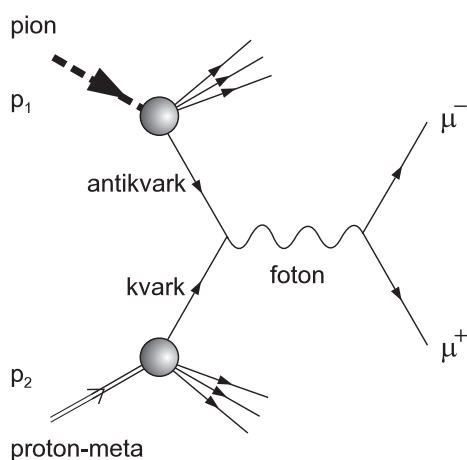
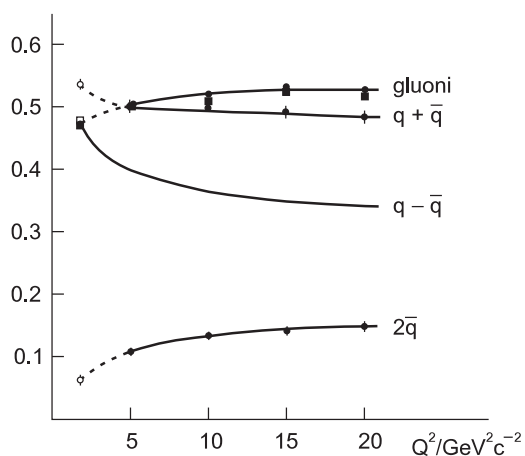
$$\alpha_s((34 \text{ GeV})^2) = 0.148 \pm 0.018 ; \quad (4.186)$$

$$\alpha_s(M_z^2) = 0.118 \pm 0.003 . \quad (4.187)$$

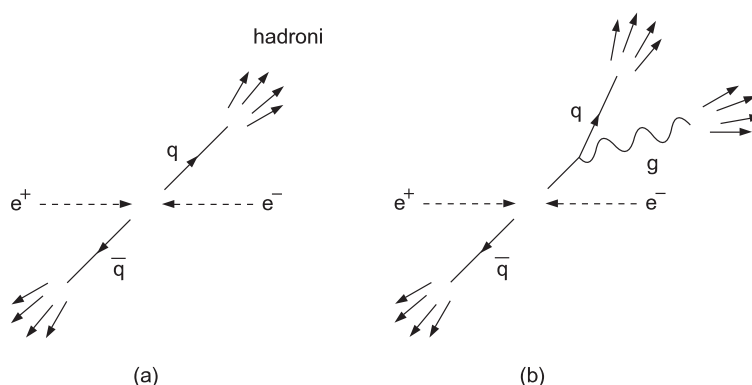
Svojstvo asimptotske slobode opaženo je pri raspršenjima leptona na nukleonima (odjeljak 4.2). Na malim udaljenostima to svojstvo čini smislenim račun smetnje — npr. omogućilo nam je da u odjeljku 4.3.2 izučimo kratkodosežni potencijal među kvarkovima.

□ DOKAZI ZA POSTOJANJE GLUONA

Eksperimentalni dokazi za postojanje kvarkova su brojni. Osim potvrde postojanja kvarkova u nukleonima, što smo iscrpno izložili i za što je 1990. dodijeljena Nobelova nagrada za **SLAC**-ove pokuse iz 60-tih, kvarkovi su ustanovljeni i u ostalim hadronima. Primjerice, u pionu je postojanje kvarkova utvrđeno putem Drell-Yanovog procesa prikazanog na sl. 4.37. Uz već navedene naznake (4.137) za postojanje gluona na temelju manjka impulsa nukleona (sl. 4.38), prve izravne

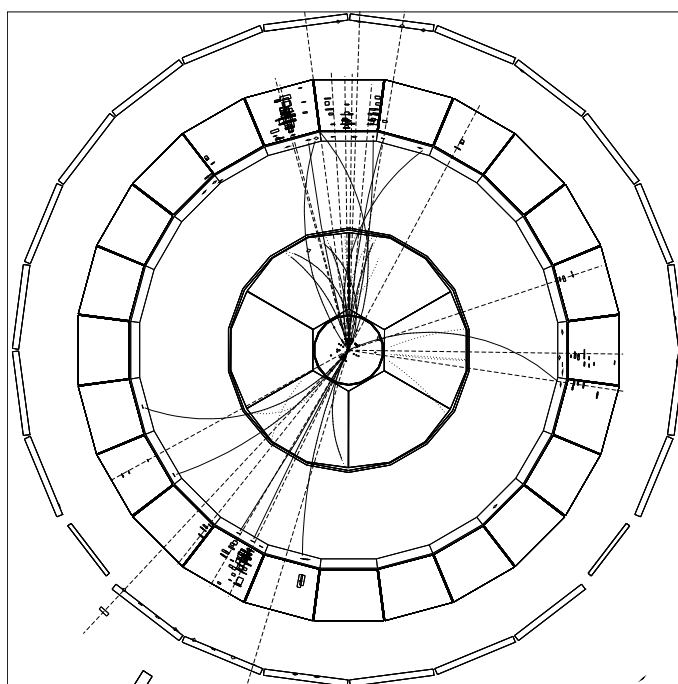

 Slika 4.37: *Drell-Yanov proces, koji ustanovljava kvarkove u pionu*

 Slika 4.38: *Analiza strukturnih funkcija F_2 ($e - N$ raspršenja) i F_3 ($\nu - N$ raspršenja) pokazuje značajni udio (preko 50%) gluona u impulsu nukleona*

naznake za postojanje gluona stigle su iz analiza hadronskih mlazova (sl. 4.39). U e^+e^- anihilacijama u rasponu 3 – 7.4 GeV sa **SLAC**-a i **LBL**-a stigla su opažanja dva mlaza (sl. 4.39(a)), dva kolimirana hadronska snopa emitirana u preferirane smjerove [?] kakvi su kasnije potvrđeni i na **LEP**-u (slika 4.6). **QCD** predviđa i mogućnost tri mlaza. Treći mlaz (sl. 4.39 (b)) dolazio bi od kočnog zračenja gluona. Potraga za trećim mlazom bila je omogućena **PETRA**-om (Proton Electron Tandem Ring Accelerator) na **DESY**-ju. Četiri grupe (**JADE**, **MARK-J**, **PLUTO** i **TASSO**) upustile su se u potragu koja je rezultirala otkrićem događaja s tri mlaza — najprije objavljena od strane **TASSO**-grupe [?], a zatim i od ostalih. Kasnije su takvi događaji mjereni i na Z -rezonanci na **LEP**-u — u hadronskim raspadima



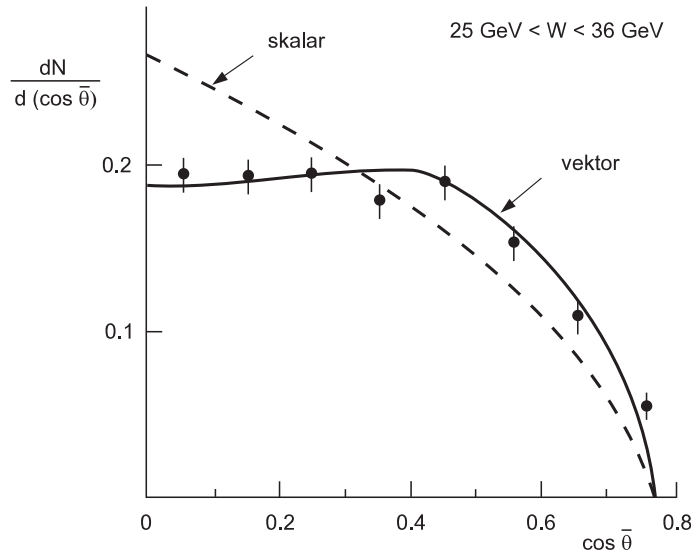
Slika 4.39: Dva hadronska mlaza oko $q\bar{q}$ osi (a) i mogućnost trećeg mlaza izračenog gluonom pod velikim kutom (b)

$Z \rightarrow q\bar{q}g$, kakav je prikazan na sl. 4.40. Iz relativne raspodjele mlazova zaklju-



Slika 4.40: Tri mlaza iz hadronskog raspada Z bozona mjerena na **LEP-u (DELPHI)**

čilo se da je gluon čestica spina 1 (sl. 4.41). Osim vektorske prirode, preostaje potvrditi i ostala svojstva gluona, okus i samointerakciju kako ih predviđa **QCD** teorija. Utvrđivanje neabelovske prirode gluona zahtijevalo je **CERN-ov LEP**,



Slika 4.41: Mjerena raspodjele mlazova (podaci **TASSO** detektora na **PETRA-i**) sukladna sa vektorskim gluonima. Prikazana ovisnost o kutu $\bar{\theta}$ između mlaza najveće energije i preostalih dvaju u sustavu njihovog središta mase

kao sudarivač nove generacije. Jedan aspekt tog pitanja je i još uvijek otvoreno pitanje čisto gluonskih stanja — *gluonija* (ili gluonskih lopti, od engl. *glueball*).

□ EGZOTIČNA STANJA

Simetrije hadronskog spektra ishodište su **QCD**-a. Danas **QCD** daje objašnjenje za stanja koja strše u simetričnom hadronskom krajobrazu. Pseudoskalarni mezoni spadaju među takve stršeće orijentire, koji su svojim iznenađenjima poticajni pri izučavanju **QCD**-a. Dok za vektorske mezone bilježimo idealno miješanje ($\vartheta = 35.3^\circ$), miješanje pseudoskalarnih mezona je daleko od idealnog ($\vartheta_{ps} = -(17 \pm 3)^\circ$ — vidjeti opis slike 4.8). Kad je riječ o masama, pion je iznenađujuće lak — što će se pripisati činjenici da je on pseudo–Goldstoneov bozon **QCD**-a. Velika razlika mase $\eta - \eta'$ pripisat će se učincima tzv. instantona. Oni su u tijesnoj vezi s **QCD** anomalijom singletne struje kvarkova u izrazu (4.54). **QCD** upućuje na postojanje stanja koja se ne uklapaju u početnu simetriju hadronskog spektra – tzv. hibridi i gluonske lopte. Potvrda ovih posljednjih bila bi nedvosmislena potvrda same **QCD** teorije. Naime, postojanje gluona u načelu omogućuje postojanje hadrona bez kvarkova. Gluoni, kao $SU(3)_c$ okteti daju bezbojni gluonij u produktu reprezentacija

$$8 \times 8 = 1 + 8' + 8'' + 10 + \overline{10} + 27. \quad (4.188)$$

Uočimo da pridružene baždarno invarijantne operatore, koji djelovanjem na vakuum daju gluonij, očekujemo u produktima tenzora jakosti polja $G_{\mu\nu}^a$ i njemu dualnog $\tilde{G}_{\mu\nu}^a$ (4.54):

$$G_{\mu\nu}^a G^{\mu\nu,a}, \quad G_{\mu\alpha}^a G_{\nu}^{\alpha,a}, \quad G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{\mu\nu,a}, \quad G_{\mu\alpha}^a \tilde{G}_{\nu}^{\alpha,a}. \quad (4.189)$$

Najavljivani kandidati za gluonij [?] koji nisu do kraja potvrđeni

$$\iota(1440), \quad G(1590), \quad \Theta(1720), \quad \xi(2230), \quad g_T(2010), \quad g_T(2300), \quad g_T(2340)$$

upozoravaju na oprez. Ukoliko se gluonij miješa sa $q\bar{q}$ stanjima, opažalo bi se više stanja nego što ih može dati sam sustav $q\bar{q}$. Uprkos nekim naznakama, to pitanje još nije riješeno. U usporedbi s dva moguća kvark–antikvark stanja, tri opažene $I = 0, J^{PC} = 0^{++}$ rezonance ($f_0(980), f_0(1350)$ i $f_0(1500)$) sugeriraju da ova posljednja ima značajnu gluonsku komponentu ili je čak gluonij — koji se podudara s $G/f_0(1590)$ nađenim pred više od desetljeća. Riječ je o relativno uskoj skalarnoj rezonanci mase $m = (1500 \pm 10)$ MeV, širine $\Gamma = (120 \pm 20)$ MeV s raspadima čije su relativne jakosti

$$g_{\pi\pi}^2 : g_{\eta\eta}^2 : g_{\eta\eta'}^2 : g_{4\pi}^2 : g_{K\bar{K}}^2 = 1 : 0.27 : 0.20 : 3 : 0.24. \quad (4.190)$$

Raspad preko dvije rezonance

$$f_0 \rightarrow \sigma\sigma \rightarrow 4\pi$$

prikazuje dominantni četveropionski raspad kako je to naznačeno u (4.190).

□ Seminarske teme :

Bloom, E. D. , and G. J. Feldman, “Quarkonium”, Scientific American, Svibanj 1982, str. 66.

Chew, G. F. , M. Gell/Mann, and A. H. Rosenfeld, “Strongly Interacting Particles”, Scientific American, Veljača 1964, str. 74.

Drell, S. D. , “Electron-Positron Annihilation and the New Particles”, Scientific American, Lipanj 1985, str. 50.

Georgi, H. , “Flavor SU(3) Symmetries in Particle Physics”, Physics Today, Travanj 1988, str. 29.

Glashow, S. L. , “Quarks with Color and Flavor”, Scientific American, Listopad 1975, str. 38.

- Greenberg, O. W. , "A New Level of Structure", Physics Today, Rujan 1985, str. 22.
- Gross, D. J. , "Asymptotic Freedom, " Physics Today, Siječanj 1987, str. 39.
- Holstein B. R. , "Chiral Perturbation Theory: a Primer", hep-ph/9510344
- Ishikawa, K. "Glueballs", Scientific American, Studeni 1982, str. 142.
- Jacob, M. , and P. Landshoff, "The Inner Structure of the Proton", Scientific American, Ožujak 1980, str. 66.
- Johnson, K. A. , "The Bag Model of Quark Confinement", Scientific American, Srpanj 1979, str. 100.
- Krisch, A. D. , "The Spin of the Proton, "Scientific American, Svibanj 1979, str. 68.
- Lederman, L. M. , "The Upsilon Particle", Scientific American, Listopad 1978, str. 72.
- Nambu, Y. , "The Confinement of Quarks", Scientific American, Studeni 1986, str. 48.
- Picek, I. "Low-Energy Bagged QCD:Quark-Meson Interplay in Two Phases" , Acta Physica Polonica **B16** (1985) 353
- Rebbi, C. , "The Lattice Theory of Quark Confinement", Scientific American, Veljača 1983, str. 54.
- Rebbi, C. , "Solitons", Scientific American, Veljača 1979, str. 92.
- Schwitters, R. F. , "Fundamental Particles with Charm", Scientific American, Listopad 1977, str. 56.
- Weingarten, D. H. , "Quarks by Computer" Scientific American, Veljača 1996, str. 104.

□ **Zadaci :**

Zadatak 4.1 *Uyjerite se da su spin, P paritet i C paritet operatora u izrazu (4.189) dani redom kao $J^{PC} = 0^{++}, 2^{++}, 0^{-+}, 2^{-+}$.*

Zadatak 4.2 Objasnite zašto u listi operatora (4.189) nema onoga koji bi odgovarao $J^{PC} = 1^{-+}$ stanju, kakvo u načelu mogu izgraditi dvije masivne čestice u S -valu.

Naputak: vidjeti [?] za zabranu takve kombinacije dviju bezmasenih čestica na ljusci mase, koja se temelji na spoju baždarne i rotacijske simetrije.

Zadatak 4.3 Pokažite da bojni faktori kvark-kvark konfiguracije daju naznaku postojanja tzv. dikvarkova (ideju dikvarkova potvrđuje i račun na rešetki [?]), a postoje i spekulacije o postojanju dikvarkova u jezgrama [?].

Zadatak 4.4 Neka je zadana gustoća Lagrangeove funkcije za kvarkovska polja u međudjelovanju sa skalarnim i pseudoskalarnim poljima

$$\mathcal{L}_0 = i\bar{q}\gamma^\mu\partial_\mu q + \frac{1}{2} [(\partial_\mu\sigma)^2 + (\partial_\mu\vec{\pi})^2] + g\bar{q}(\sigma + i\vec{\tau}\cdot\vec{\pi}\gamma_5)q - V(\sigma^2 + \vec{\pi}^2). \quad (4.191)$$

Na temelju kvarkovskih transformacija

$$q \rightarrow q' = q + \frac{i}{2}\vec{\beta}\cdot\vec{\tau}\gamma_5 q \quad (4.192)$$

izvedite aksijalnu struju i pokažite da je ona očuvana.

Zadatak 4.5 Izračunajte širinu raspada ω mezona

$$\omega \rightarrow \pi + \gamma. \quad (4.193)$$

ω mezon je vektorska čestica čija je konstanta vezanja s pionom i fotonom jednaka $g_{\omega\pi\gamma}$. Vezanje vektorskih čestica dano je izrazom

$$\mathcal{L} \sim \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} f_{\mu\nu}^{(\omega)} F_{\alpha\beta}^{(\gamma)}. \quad (4.194)$$

Zadatak 4.6 Masenu matricu \mathbf{M}

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} m_0 + \delta m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_0 + \delta m_2 & m \\ 0 & \bar{m} & m_0 + \delta m_3 \end{pmatrix} \quad (4.195)$$

u modelu kvarkovskih polja valja izraziti pomoću generatora grupe $U(3)$.

Zadatak 4.7 Raspad vektorskog mezona ρ^0 na dva piona opisan je gustoćom Lagrangeove funkcije

$$\mathcal{L}_{\rho\pi\pi} = g \cdot \vec{\rho}^\mu \cdot (\vec{\pi} \times \partial_\mu \vec{\pi}). \quad (4.196)$$

Iz eksperimentalne širine raspada $\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$, $\Gamma(\rho \rightarrow \pi\pi) = 151.5 \text{ MeV}$ izračunajte vrijednost konstante vezanja g .

Zadatak 4.8 Za opis raspada vektorskog ρ mezona na $\ell\bar{\ell}$ par, uzima se elektromagnetsko vezanje oblika

$$\mathcal{H}_I = G\ell_\mu\mathcal{J}^\mu, \quad (4.197)$$

gdje je ℓ_μ vektorska leptonska struja, a struju \mathcal{J}^μ možemo parametrizirati na način

$$\langle 0|\mathcal{J}^\mu|\rho\rangle = \frac{e}{g_\rho}m_\rho^2\varepsilon^\mu(q_\rho). \quad (4.198)$$

Izračunajte širinu raspada ρ mezona. G je konstanta vezanja.

Zadatak 4.9 Hamiltonian međudjelovanja nukleona i piona dan je izrazom

$$\mathcal{H}_I = -ig\bar{\psi}_N\gamma_5\vec{\tau}\psi_N\vec{\phi}, \quad (4.199)$$

gdje je $\psi^T = (p, n)$ i $\pi^+ = (\phi_1 - i\phi_2)/\sqrt{2}$. Izračunajte diferencijalni udarni presjek $d\sigma/d\Omega$ za raspršenje $\pi^+p \rightarrow \pi^+p$. U konačnom izrazu za amplitudu uzmite da su umnošci impulsa jednaki umnošcima odgovarajućih masa, npr. $p_p^\mu \cdot p_\mu^\pi \simeq M_p \cdot m_\pi$, itd.