

Poglavlje 5

Elektroslaba međudjelovanja

5.1 Kratka povijest slabih međudjelovanja

Na prijelazu stoljeća otvoreno je jedno od najzbudljivijih poglavlja fizike — izučavanje “slabe nuklearne sile”, začeto slijedom otkrića:

- ◇ otkrićem Becquerelovih zraka, 1896. godine;
- ◇ identifikacijom α i β komponenata radioaktivnosti (Rutherford 1898.);
- ◇ mjerenjem naboja β -zračenja (Curiejevi 1900.).

Ritam kojim su se ta otkrića nizala do tada je neviđen, tako da Rutherford u pismu svojoj majci nagoviješta novi duh istraživanja: “*Moram nastaviti, jer mi je neprestance netko na tragu. Sadašnji rad moram objaviti što prije, kako bih ostao u utrci.*” Ovdje se moramo ograničiti na najznačajnije dionice utrke u koju su se uključivali novi i novi fizičari [?].

Konačno ustanovljenje kontinuiranog spektra β čestica (Chadwick 1914.) jedna je od takvih epizoda. Imajući pred očima kvantnu teoriju, Lise Meitner pita 1922. godine kako je moguće da jezgre koje bi trebale biti kvantizirane, ne emitiraju monokromatske (monoenergijske) elektrone. Dok je Bohr bio spreman staviti pod upit očuvanje energije u prividno dvočestičnom raspadu, Pauli 1930. sugerira postojanje vrlo lake čestice spina $1/2$ “*emitirane zajedno s elektronom . . . tako da je zbroj njezine energije i energije elektrona konstanta*”. Razumljiv je oprez kojim je Pauli uvodio novu česticu u vrijeme kad su samo tri čestice bile poznate (elektron, proton i foton). Novi stanovnik atomske jezgre, Paulijev “neutron” javno je oglašen u New York Timesu od 17. 6. 1931. Na scenu nakon toga nastupa Fermi koji ne samo da Paulijevom “neutronu” daje talijansko ime “*neutrino*”(1932.), nego na njemu temelji i svoju proslavljenu teoriju β raspada (1934.).

5.1.1 Fermijeva struja \times struja teorija

Bitno pri formulaciji teorije slabog međudjelovanja je uočavanje zajedničkog izvora tri naoko različita procesa, β^- emisije, β^+ emisije i K uhvata:

- (i) ${}^3\text{H} \xrightarrow{12\text{god}} {}^3\text{He} + \beta^- + \text{neutrino}$, gdje se prijelaz $(2n)(1p) \rightarrow (1n)(2p)$ temelji na prijelazu $n \rightarrow p + \beta^- + \text{neutrino}$;
- (ii) ${}^{11}_6\text{C} \xrightarrow{20\text{min}} {}^{11}_5\text{B} + \beta^+ + \text{neutrino}$, $(6p)(5n) \rightarrow (5p)(6n)$ temeljen je na prijelazu $p \rightarrow n + \beta^+ + \text{neutrino}$;
- (iii) ${}^7_4\text{Be} \xrightarrow{53\text{dana}} {}^7_3\text{Li} + \text{neutrino} - e_K$, gdje jezgra apsorbira elektron iz atomske K -ljuske (e_K) u procesu emisije neutrina, $\beta^- + p \rightarrow n + \text{neutrino}$.

Ti se procesi mogu prepoznati kao inačice zajedničkog temeljnog procesa u kojem sudjeluju četiri fermiona. To nas vodi do predviđanja da mora postojati i proces

$$\text{neutrino} + \text{proton} \longrightarrow \text{neutron} + \beta^+,$$

koji će doduše biti nešto teže proučavati u pokusima. Fermijevu teoriju iz 1934. godine [?] predstaviti ćemo ovdje u modernom ruhu. “Elementarni proces” koji leži iza svih β procesa u jezgrama

$$n \rightarrow p + \beta^- + \text{“}\nu\text{”}$$

poopćenje je **QED** procesa (umnoška fermionske struje i bozonske amplitude)

$$\mathcal{L}_{int}^{em} = Qe j^{em} \cdot A^{em} \quad (5.1)$$

na umnožak dvije fermionske struje

$$\mathcal{L}_{int}^{slaba} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} J^{slaba} \cdot J^{slaba}. \quad (5.2)$$

Pri tome Fermi uzima $V \times V$ produkt polarnih vektorskih struja kakve susrećemo u elektrodinamici. U takvoj formi Fermijevo međudjelovanje čuva prostorni paritet.

Iako sama struktura struja ostaje još neko vrijeme nakon 1934. upitnom, struja \times struja oblik posjeduje *univerzalnost* potrebnu da se mnogi procesi koji evidentno nisu ni jaki ni elektromagnetski stave pod “istu kapu”. Fermijev opis β raspada $n \rightarrow pe\bar{\nu}$ ima moderni zapis preko invarijantne amplitude¹

$$\mathcal{M} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} (\bar{u}_n \gamma^\mu u_p) (\bar{u}_\nu \gamma_\mu u_e), \quad (5.3)$$

¹Umjesto uobičajenog prikaza pomoću lagrangiana, prikazat ćemo međudjelovanje preko invarijantne amplitude \mathcal{M} što će nam olakšati kasniju usporedbu s *IVB* modelom

gdje je G_F Fermijeva konstanta slabog međudjelovanja, koje neće biti ograničeno na β raspade. Naime, u godinama koje su slijedile otkriveni su i drugi procesi s dugim vremenima poluraspada (npr. $\mu \rightarrow e\nu\bar{\nu}$, $\pi \rightarrow \mu\nu$) i iskristalizirao se koncept nove vrste međudjelovanja nazvanog *slabo međudjelovanje*. Fermijevom konstantom iskazujemo jakost tog međudjelovanja, iznoaa

$$G_F = 1.1664 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2} . \quad (5.4)$$

Otkriće da ovo međudjelovanje ne čuva paritet dalo je poticaj daljnjim istraživanjima putem kojih je formulirana nova, takozvana $V - A$ teorija². U njoj je slabo međudjelovanje opisana amplitudom

$$\mathcal{M} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{n}\gamma^\mu(1 - \gamma_5)p] [\bar{\nu}\gamma_\mu(1 - \gamma_5)e] , \quad (5.5)$$

gdje su kao oznake fermionskih spinora upotrijebljeni simboli odgovarajućih čestica.

5.1.2 $V - A$ oblik slabe struje

Da bi obuhvatili različite procese, od onih u kojima sudjeluju samo leptoni (“leptonski procesi”), npr.

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu ,$$

preko “semileptonskih” u kojima sudjeluju i hadroni, npr.

$$n \rightarrow p + e^- + \nu_e ,$$

do potpuno “neleptonskih” kao

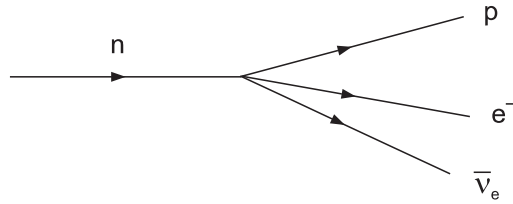
$$\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^- , \quad \Sigma^+ \rightarrow p + \gamma , \dots$$

slaba struja mora posjedovati hadronski (h) i leptonski (l) dio

$$J^{slaba} = J^h + J^l . \quad (5.6)$$

Na taj način β raspad atomskih jezgara bit će opisan umnoškom struje nukleonskog prijelaza ($n \leftrightarrow p$) i struje produkcije para lepton-neutrino. Pri tome, raspad slobodnog protona energijski nije dopušten, $p \not\rightarrow n e^+ \nu_e$. Opaženi β^+ raspad odvijaju se na račun posudbe energije protona unutar jezgre, npr.

$$^{10}\text{C} \rightarrow ^{10}\text{B}^* + e^+ + \nu_e .$$



Slika 5.1: Beta raspad slobodnog neutrona

Slobodni proton je stabilan³. Bez slabog međudjelovanja neutron bi bio stabilan kao proton. U realnosti postoji i raspad slobodnog neutrona (sl. 5.1) kome će biti pridružen matrični element dan umnoškom

$$\langle p | J^h | n \rangle \langle e^- \bar{\nu}_e | J^l | 0 \rangle. \quad (5.7)$$

Leptonski prijelaz se može opisati ekvivalentnim matričnim elementom

$$\langle e^- \bar{\nu}_e | J^l | 0 \rangle = \langle e^- | J^l | \nu_e \rangle, \quad (5.8)$$

a univerzalnost slabog međudjelovanja zahtijevat će postojanje reakcije inducirane neutrinima

$$\nu_e + n \rightarrow p + e^-,$$

koja se mora odvijati istom jakošću kao β raspad (jedino što je u ovom slučaju teže izvoditi pokuse). Fermijeva jakost *struja* \times *struja* međudjelovanja mjerena u β raspadima iznosi

$$G_\beta \equiv (G_F)_\beta \text{ raspada} = 1.136(3) \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}. \quad (5.9)$$

Podsjetimo se da je originalna Fermijeva teorija zamišljena kao umnožak dvije vektorske struje

$$V \times V \equiv (\bar{\psi}_p \gamma^\mu \psi_n) (\bar{\psi}_e \gamma_\mu \psi_\nu) \quad (5.10)$$

i da je kao takva obuhvatila β prijelaze samo nekih atomskih jezgara, koji su podlijegali tzv. Fermijevom izbornom pravilu spina (označenog strelicom “gore” i “dolje”) i pariteta:

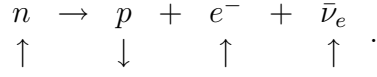
$$\begin{array}{ccccccc} n & \rightarrow & p & + & e^- & + & \bar{\nu}_e \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \downarrow \end{array} .$$

Pri Fermijevim prijelazima spin jezgre se ne mijenja ($\Delta J = 0$), pa par ($\bar{\nu}_e, e^-$) uz orbitalni impuls vrtnje $L=0$ ima spin $S = 0$. Prijelaze s novim izbornim pravilima

²vektor minus aksijalni vektor

³Provjere raspada protona posebno su poglavlje fizike čestica (vidjeti odj. ??) i pokazuju da je život protona dulji od 10^{32} godina

vezanim uz promjenu spina jezgre uočili su Gamow i Teller:



Fermijeva i Gamow-Tellerova invarijantna amplituda

$$\mathcal{M}_{Fermi} = G_{Fermi}(\psi_p^* \psi_n)(\psi_e^* \psi_\nu) \quad (5.11)$$

$$\mathcal{M}_{GT} = G_{GT}(\psi_p^* \vec{\sigma} \psi_n)(\psi_e^* \vec{\sigma} \psi_\nu) \quad (5.12)$$

moгу se prepoznati kao nerelativistička granica $V \times V$ i $A \times A$ oblika. Naime, u toj granici preživljavaju samo neke komponente četverovektora vektorske i aksijalno-vektorske struje:

$$V^\lambda = (\bar{\psi} \gamma^0 \psi, \bar{\psi} \vec{\gamma} \psi) \rightarrow (\psi^* \psi, 0), \quad (5.13)$$

$$A^\lambda = (\bar{\psi} \gamma^0 \gamma_5 \psi, \bar{\psi} \vec{\gamma} \gamma_5 \psi) \rightarrow (0, \psi^* \vec{\sigma} \psi). \quad (5.14)$$

No i to su samo neka od relativistički invarijantnih međudjelovanja, koja se mogu konstruirati na više načina. Uvedu li se uz polarnu vektorsku struju (V) i aksijalno-vektorsku (A), još i skalarna (S) i pseudo-skalarna (P) te tenzorska (T) struja, tražene invarijante su

$$\begin{array}{ll} \bar{\psi}_p \psi_n \times \bar{\psi}_e \psi_\nu & \rightarrow S \times S \\ \bar{\psi}_p \gamma_5 \psi_n \times \bar{\psi}_e \gamma_5 \psi_\nu & \rightarrow P \times P \\ \bar{\psi}_p \gamma^\mu \gamma_5 \psi_n \times \bar{\psi}_e \gamma_\mu \gamma_5 \psi_\nu & \rightarrow A \times A \\ \bar{\psi}_p \sigma^{\mu\nu} \psi_n \times \bar{\psi}_e \sigma_{\mu\nu} \psi_\nu & \rightarrow T \times T \end{array} . \quad (5.15)$$

Povijesna bitka vođena je na prevagi SS i TT nad VV oblikom opisa β raspada neutrona, sve dok mjerenja narušenja prostornog pariteta nisu pokazala da V i A struje mogu nadomjestiti i popraviti slaganje s pokusima, koje je do tada pripisivano S i T strujama. Ustanovljen je “Feynman–Gell-Mannov” ili “Marshak–Shudarshanov” $V - A$ oblik slabe struje — otkriće kojem npr. Feynman daje najveći značaj u čitavom svom opusu, kao “*jedan jedini put kada je otkrio novi zakon prirode*”.

Danas znademo da je u stvari riječ o otkriću da u slabim međudjelovanjima učestvuje samo jedna “projekcija” neutrina — konvencionalno uvedena kao lijevi neutrino ν_L . Ako primijenimo nabojnu konjugaciju, koja će nas voditi na njegovu antičesticu⁴

$$(\nu_L)^c = \nu_R^c \equiv \bar{\nu}_R,$$

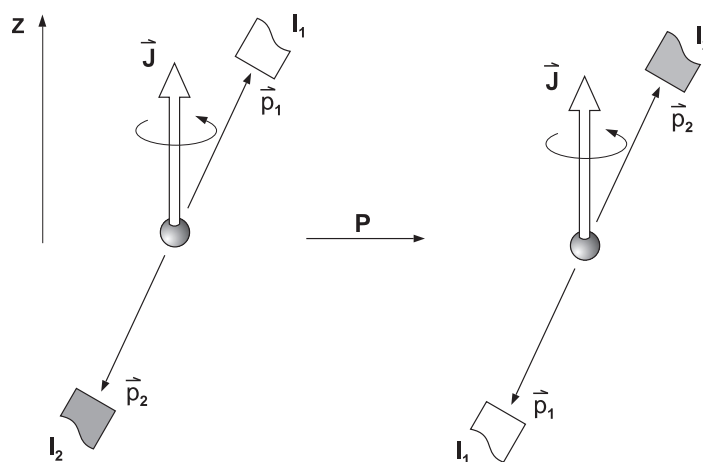
⁴Uz prije uvedenu operaciju nabojne konjugacije, $\psi^c = C\bar{\psi}^\tau = C\gamma^0\psi^*$, općenito vrijedi $(\psi^c)_L = (\psi_R)^c$. (Vidjeti zadatak ??, str. ??).

to je ekvivalentno sudjelovanju u međudjelovanjima samo desnih antineutrina. Budući da neutrini i sudjeluju jedino u slabom međudjelovanju, možemo konstatirati odsutnost “zrcalnih” čestica $\bar{\nu}_L$ i ν_R . Naravno da je sve izrečeno rezultat dugo skupljenih podataka o svojstvima β raspada. Ovdje ćemo pokazati da već prvo mjerenje P narušenja ukazuje na to neobično svojstvo neutrina. Nakon uvjerljivih argumenta koje su podastri T.D.Lee i C.N.Yang 1956. godine [?], uslijedili su pokusi koji su potvrdili njihovu tvrdnju da simetrija na prostorno zrcaljenje nije očuvana u slabim međudjelovanjima. Prvi u nizu tih povijesnih pokusa odnosio se na studij asimetrije elektrona emitiranih u β prijelazu polarizirane jezgre kobalta [?]



Spinovi ohlađenog uzorka ${}^{60}\text{Co}$ orijentiraju se vanjskim magnetskim poljem. Pokus se ponovi s okrenutim spinom jezgre pri čemu se pokazuje da su elektroni preferabilno (u većem broju) emitirani suprotno spinu jezgre.

Ne ulazeći u potankosti tog pokusa, poruka je jasna: proces i njegova zrcalna slika ne odvijaju se jednako, pa smo naišli na procese koji narušavaju simetriju na prostorno zrcaljenje. Naime, originalni pokus i njegova zrcalna slika (točnije, P transformiran proces) izgledali bi kao na našoj slici 5.2. Simetrija na transfor-



Slika 5.2: Dvije eksperimentalne situacije, impulsa paralelnog i antiparalelnog spinu, koje je na raspadu kobalta verificirala Wu

maciju pariteta značila bi da dvije situacije ne možemo razlikovati, no tome nije slučaj. Formalno, u pokusu se mjeri neiščezavajuća vrijednost pseudoskalarne opservable $\vec{\sigma} \cdot \vec{p}$, projekcije impulsa elektrona na smjer spina jezgre. Pokus pokazuje da je srednja očekivajuća vrijednost

$$\langle \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \rangle < 0. \quad (5.16)$$

Kad bi paritet bio očuvana simetrija ($\langle \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \rangle = -\langle \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \rangle \Rightarrow \langle \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \rangle = 0$, pa impulsi elektrona ne bi bili korelirani sa spinom jezgre) raspodjela elektrona bila bi izotropna. Korelacija spina jezgre i smjera emitiranih elektrona očitovala se mjerenjem neizotropnosti raspodjele, mjerene parametrom α :

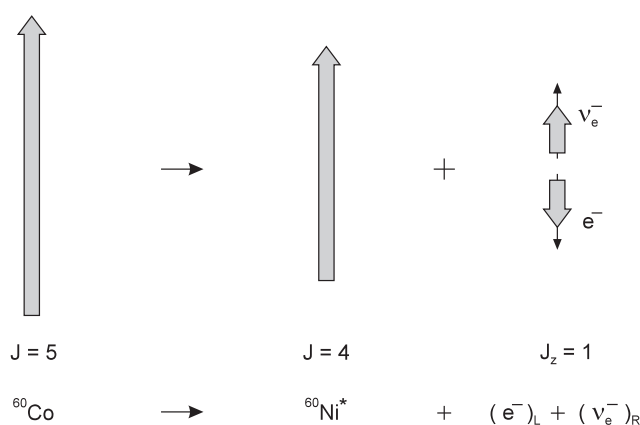
$$I(\Theta) = 1 + \alpha \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E} \quad (5.17)$$

$$= 1 + \alpha \frac{\langle J_z \rangle v}{J c} \cos \Theta . \quad (5.18)$$

Mjerenje intenziteta I_+ i I_- za paralelni i antiparalelni slučaj daje srednju longitudinalnu polarizaciju (efektivni helicitet)

$$h = \frac{I_+ - I_-}{I_+ + I_-} = \alpha \frac{v}{c} = \begin{cases} +v/c & \text{za } e^+ \\ -v/c & \text{za } e^- . \end{cases} \quad (5.19)$$

Takva korelacija spina jezgre i impulsa emitiranih elektrona nalazi objašnjenje iz očuvanja impulsa vrtnje (vidjeti sliku 5.3). Potrebnu razliku $J_z = 1$ mogu



Slika 5.3: Očuvanje impulsa vrtnje za elektrone emitirane u smjeru suprotnom spinu jezgre

sačiniti desno orijentirani antineutrino $(\bar{\nu}_e)_R$ i lijevo orijentirani elektron (e_L) . To je bila prva naznaka činjenice potvrđene u mnogim kasnijim pokusima, da u slabom međudjelovanju sudjeluju samo desni antineutrini $(\bar{\nu}_R)$ i lijevi neutritini (ν_L) .

Sama spinsko-impulsna ovisnost opažena pri β prijelazu ^{60}Co sadržana je u $V \cdot A$ dijelu umnoška $(V - A) \cdot (V - A)$ struja. U razdoblju 1957-1959. godine ponovljeno je nekoliko ključnih pokusa koji su prvobitno bili u kontradikciji s $V - A$ teorijom⁵.

⁵Ta nesretna epizoda u analizi pokusa prerano je navela Gershteina i Zeldovicha da odbace

5.1.3 * Hadronska struja I

Algebra struja (odjeljak ??), koja se temelji na simetriji jakog međudjelovanja, bit će podvrgnuta provjerama u elektromagnetskim i slabim procesima u kojima sudjeluju hadroni. Budući da leptoni ne sudjeluju u jakom međudjelovanju, leptonski se dio tih struja može izravno mjeriti u procesima. Stoga ćemo taj dio eksplicitno odseparirati i u elektromagnetskoj struji

$$J_{em}^\mu = j_{lept}^\mu + J_{hadr}^\mu \quad (5.20)$$

i u slaboj nabijenoj struji

$$J^\lambda = J_{lept}^\lambda + J_{hadr}^\lambda . \quad (5.21)$$

S druge strane, hadronske struje nećemo moći izraziti hadronskim poljima (poput π , K , N) koja prikazuju kompozitne strukture, već preko elementarnijih kvarkovskih polja. No tada se pojavljuje ogroman ponor u poznavanju hadronskih valnih funkcija, izraženih kvarkovskim poljima. Stoga se oslanjamo na mjerenja, koja nam mogu dati informaciju o strukturi matričnih elemenata tih struja.

□ VEKTORSKA NUKLEONSKA STRUJA I CVC HIPOTEZA

Vektorska slaba struja za nukleone

$$\begin{aligned} \cos \Theta_c \langle p | V^\mu(0) | n \rangle &= \cos \Theta_c \bar{u}_N(p') [f_1(q^2) \gamma^\mu \\ &+ i f_2(q^2) \sigma^{\mu\nu} q_\nu + f_3(q^2) q^\mu] \tau_+ u_N(p) \end{aligned} \quad (5.22)$$

nosi u usporedbi s leptonskom strujom $\cos \Theta_c$, faktor Cabibbovog potisnuća, koji osigurava univerzalnost slabog međudjelovanja. U granici $q^2 \rightarrow 0$, relacija (5.22) se svodi na

$$\cos \Theta_c \langle p | V^\mu(o) | n \rangle |_{q^2 \rightarrow 0} = \cos \Theta_c f_1(0) \bar{u}_N \gamma^\mu \tau_+ u_N . \quad (5.23)$$

Izovektorski dio elektromagnetske struje (??) u istoj granici daje

$$\bar{u}_N \left(F_1^V \gamma^\mu + \frac{F_2^V}{2M} \sigma^{\mu\nu} q_\nu \right) \tau_3 u_N \rightarrow \bar{u}_N \gamma^\mu \frac{\tau_3}{2} u_N . \quad (5.24)$$

Činjenica da se funkcija strukture f_1 renormalizira poput naboja protona ($f_1(0) = 1$), navela je Feynmana i Gell-Manna da predlože da izovektorska elektromagnetska struja i slaba vektorska struja

$$J_\mu^{(+)} = \bar{u}_N \gamma_\mu \tau_+ u_N \quad (5.25)$$

$$J_\mu^{(-)} = \bar{u}_N \gamma_\mu \tau_- u_N \quad (5.26)$$

$$J_\mu^{(3)} = \bar{u}_N \gamma_\mu \frac{\tau_3}{2} u_N \quad (5.27)$$

prije uočeno očuvanje vektorske struje (Soviet Phys. JETP2 (1956) 576) "kao nešto bez praktične važnosti"

pripadaju istom izotripletu struja. Tada je očuvanje elektromagnetske struje $\partial_\mu J_{em}^\mu = 0$ dio općenitijeg očuvanja vektorske struje, $\partial_\mu V^\mu = 0$, poznatog kao *CVC* hipoteza (od engl. *Conserved Vector Current*). Ta hipoteza nalazi jednostavno objašnjenje kada se različite struje prikažu kvarkovima

$$J_\mu^{em/hadr} = \frac{2}{3}\bar{u}\gamma_\mu u - \frac{1}{3}\bar{d}\gamma_\mu d - \frac{1}{3}\bar{s}\gamma_\mu s + \dots \quad (5.28)$$

Uvođenjem izospina na dubletu kvarkovskih spinora $q = (u, d)^T$, razlikovat ćemo izoskalarne i izovektorski dio elektromagnetske struje

$$J_\mu^{em/hadr} = \frac{1}{2}(\bar{u}\gamma_\mu u - \bar{d}\gamma_\mu d) + \frac{1}{6}(\bar{u}\gamma_\mu u + \bar{d}\gamma_\mu d) + \dots \quad (5.29)$$

Prije spomenute izoskalarne i izovektorske funkcije strukture odnose se na matricele elemente tih struja, a specifično za izovektorske, preko *CVC* hipoteze slijedi

$$\begin{aligned} f_1(q^2) \equiv g_V(q^2) &= F_1^V(q^2) \rightarrow 1 \quad \text{kad } q^2 \rightarrow 0 \\ 2M f_2(q^2) \equiv g_M(q^2) &= F_2^V(q^2) \\ f_3(q^2) \equiv g_S(q^2) &= F_3^V(q^2) = 0. \end{aligned} \quad (5.30)$$

Primijetimo da posljednja relacija izlazi primjenom Diracove jednadžbe *slobodnih* nukleona. Naime, očuvanje struje $\partial_\mu V^\mu = 0$, pisano u impulsnom prostoru kao $q_\mu V^\mu$, daje na prvom članu u (5.22) (uz $m_p = m_n = M$)

$$\bar{u}(p')q_\mu\gamma^\mu u(p) = \bar{u}(p')\gamma^\mu(p'_\mu - p_\mu)u(p) = \bar{u}(p')(M - M)u(p) = 0. \quad (5.31)$$

Drugi član uz antisimetrični tenzor $\sigma_{\mu\nu}$ iščezava ($\sigma^{\mu\nu}q_\mu q_\nu = 0$), dok je treći član zbog $q^2 \neq 0$ i očuvanja struje podvrgnut uvjetu

$$f_3(q^2) = 0. \quad (5.32)$$

Normalizacija vektorske struje ne samo da se ne mijenja prijelazom s kvarkova na nukleone, nego vektorska funkcija strukture zadovoljava

$$\langle p | V_0^h | n \rangle = 1, \quad (5.33)$$

tj. $g_V(0) = 1$, neovisno i o atomskoj jezgri u kojoj se mjeri (vektorsko vezanje nije renormalizirano u nuklearnom mediju). Ostale dvije funkcije strukture poštuju *CVC* u mjeri u kojoj je izospin dobra simetrija nukleona u jezgrama i u mjeri u kojoj sami nukleoni zadovoljavaju slobodnu Diracovu jednadžbu (tzv. impulsnu aproksimaciju).

Funkcija strukture *slabog magnetizma* jednoznačno je određena elektromagnetskom izovektorskom funkcijom strukture

$$2M f_2(0) \equiv g_M(0) = F_2^V(0) = \frac{\kappa_p - \kappa_n}{2}. \quad (5.34)$$

Eksperimentalne provjere se sastoje u usporedbi mjerenja $g_M(0)$ iz leptonskog spektra ili kutne korelacije β raspada s $F_2^V(0)$ ekstrahiranim iz života i grananja “analognih” γ prijelaza (npr. $^{12}B \rightarrow ^{12}C \leftarrow ^{12}N$).

Vidjeli smo da uz regularnost funkcije strukture $f_3(0)$ i u granici $m_p = m_n$ otpada član *druge vrste* (*SCC* od engl. *second class current*), kakav će se pojaviti i za aksijalno-vektorsku struju.

□ *SCC* AKSIJALNE I VEKTORSKE NUKLEONSKE STRUJE

Aksijalno-vektorska slaba struja za nukleone imat će opću razgradnju

$$\begin{aligned} \cos \Theta_c \langle p | A_\mu(0) | n \rangle = \cos \Theta_c \bar{u}_N(p') \left(g_A(q^2) \gamma_\mu \gamma_5 \right. \\ \left. + i \frac{g_T(q^2)}{2m} \sigma_{\mu\nu} q^\nu \gamma_5 + g_P(q^2) q_\mu \gamma_5 \right) \tau_+ u_N(p). \end{aligned} \quad (5.35)$$

Ispitat ćemo ponašanje slabih struja (5.22) i (5.35) na transformaciju G pariteta (simetriju jakog međudjelovanja)

$$G = C \exp(i\pi T_2). \quad (5.36)$$

Nabojna konjugacija

$$\mathcal{C} \psi_i \mathcal{C}^\dagger = \psi_i^c \equiv C \bar{\psi}_i^T, \quad (5.37)$$

i izospinska rotacija

$$\exp(i\pi T_2) \begin{pmatrix} \psi_p \\ \psi_n \end{pmatrix} = -i\tau^2 \begin{pmatrix} \psi_p \\ \psi_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\psi_n \\ \psi_p \end{pmatrix}, \quad (5.38)$$

daju zajedno

$$G \psi_p G^\dagger = -\psi_n^c; \quad G \psi_n G^\dagger = \psi_p^c. \quad (5.39)$$

Primjenimo to na prvi (“ I ”) član koji opisuje “golu” vektorsku struju

$$G V_\mu^I G^\dagger = G \bar{\psi}_p \gamma_\mu \psi_n G^\dagger = V_\mu^I. \quad (5.40)$$

U rezultatu, gola vektorska struja je invarijantna na G transformaciju. Učinimo isto s prvim članom aksijalno-vektorske struje

$$G A_\mu^I G^\dagger = G \bar{\psi}_p \gamma_\mu \gamma_5 \psi_n G^\dagger = -A_\mu^I. \quad (5.41)$$

Po definiciji, struje *prve vrste* zadržavat će simetriju “golog slučaja” kvarkovskih struja standardnog modela:

$$\bar{q} \gamma_\mu q \quad \text{i} \quad \bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 q. \quad (5.42)$$

One se transformiraju na slijedeći način:

$$GV_\mu^I G^{-1} = V_\mu^I, \quad (5.43)$$

$$GA_\mu^I G^{-1} = -A_\mu^I. \quad (5.44)$$

Weinberg je uveo i struje *druge vrste*, suprotnog ponašanja:

$$GV_\mu^{II} G^{-1} = -V_\mu^{II}, \quad (5.45)$$

$$GA_\mu^{II} G^{-1} = A_\mu^{II}. \quad (5.46)$$

Do danas nema uvjerljivih dokaza postojanja članova struja druge vrste (induciranog skalara g_S vektorske i induciranog tenzora g_T aksijalne struje), no na eksperimentima je da postave što bolje granice na njihovo postojanje.

5.2 *IVB* oblik međudjelovanja

Uskoro po formuliranju Fermijeve teorije β raspada uočeno je da postoje i drugi procesi koji će biti opisani tom teorijom. Raspad μ leptona i μ uhvat jako su podsjećali na β procese, čime je označen početak “univerzalnog Fermijevog međudjelovanja”. Sam Fermi je 1948. godine uočio da neki parovi fermiona ulaze u “univerzalno međudjelovanje”, a neki ne — i da razlog za posljednje mora biti očuvanje dodatnih kvantnih brojeva koje nose ti fermioni. Istovremeno je zahtijevano očuvanje barionskih i leptonskih brojeva, kako bi se ispunila opažena izborna pravila.

Fermijeva četverofermionska teorija, opremljena odgovarajućom $V - A$ strukturom sposobna je opisati veliku većinu eksperimentalnih rezultata (uključujući narušenje pariteta), no ona još uvijek nije zadovoljavajuća konzistentna kvantna teorija slabog međudjelovanja. Naime, struja \times struja teorija pati od dva ozbiljna nedostatka:

- ◇ *Nerenormalizabilnost*: budući da konstanta međudjelovanja G_F ima dimenziju $(masa)^{-2}$, divergencije u doprinosima viših redova računa smetnje ne mogu se eliminirati renormalizacijskim postupkom.
- ◇ *Neunitarnost*: teorijske amplitude nekih procesa na velikim energijama narušavaju unitarnost.

Pokazuje se da su ova dva problema tijesno povezana. Ako dijagrami nižih redova imaju loše visokoenergijsko ponašanje onda doprinosi viših redova, koji su integrali preko dijagrama nižih redova, ne mogu biti renormalizirani.

Sljedeći korak u razvoju teorije slabih međudjelovanja bilo je uvođenje nabijenih vektorskih bozona, W^+ i W^- , koji prenose ovo međudjelovanje. Naime,

budući da se slaba struja J^μ transformira pod djelovanjem Lorentzovih transformacija kao četverovektor, baš kao i elektromagnetska struja, logično je pokušati oponašati (vrlo uspješnu) teoriju kvantne elektrodinamike (**QED**) i pretpostaviti osnovni lagrangian slabog međudjelovanja u obliku

$$\mathcal{L} = -\frac{g}{\sqrt{2}}J^\mu W_\mu^\dagger + h.c. . \quad (5.47)$$

Ovdje je g bezdimenzionalna konstanta vezanja vektorskih bozona s fermionima. Staro četverofermionsko $V - A$ međudjelovanje (5.5) dobit ćemo iz ovog lagrangiana u granici malih izmijenjenih impulsa ($(p_e - p_\nu)^2 \ll M_W^2$). Provodeći dalje analogiju s kvantnom elektrodinamikom možemo pretpostaviti da je slabo međudjelovanje baždarne prirode, s tim da su baždarni bozoni, za razliku od fotona, masivni. Tako bi lagrangian slobodnog vektorskog polja W_μ bio

$$\mathcal{L}_W = -\frac{1}{4}(\partial_\mu W_\nu^+ - \partial_\nu W_\mu^+)(\partial^\mu W^{-\nu} - \partial^\nu W^{-\mu}) + M_W^2 W_\mu^+ W^{-\mu}. \quad (5.48)$$

Oдавde slijedi propagator W bozona

$$-i \frac{g_{\mu\nu} - p_\mu p_\nu / M_W^2}{p^2 - M_W^2} \quad (5.49)$$

koji se za $p \rightarrow \infty$ ponaša kao konstanta, što opet znači da teorija nije renormalizabilna. Problem leži u tome što masivni W bozon daje član $p_\mu p_\nu / M_W^2$ u brojniku propagatora. Kako je masivnost W bozona nužna radi reproduciranja četverofermionske teorije na niskim energijama problem se čini nerješivim.

Međutim, otkriće da se fenomen spontanog lomljenja simetrije (poznat od prije u fizici čvrstog stanja) može primijeniti u baždarnim teorijama fizike elementarnih čestica daje čitavoj priči konačni obrat. U lagrangianu originalno nema masenih članova već čestice dobivaju masu tek preko interakcije s hipotetičnim skalarnim poljem putem tzv. Higgsovog mehanizma. Na taj način teorija zadržava svojstvo renormalizabilnosti usprkos tome što baždarni bozoni imaju masu.

Istodobno, ova teorija iskazuje zajedničku prirodu elektromagnetskog i slabog međudjelovanja ujedinjenih u jedinstvenoj grupi simetrija. Poznata pod imenom *standardni model*, ova teorija je u skladu sa svim dosadašnjim eksperimentalnim rezultatima i uzor je moderne fizike elementarnih čestica. Njene bitne sastavnice upoznat ćemo nakon upoznavanja fenomenologije slabih procesa u sljedećim odeljcima.

5.2.1 Primjeri slabih procesa

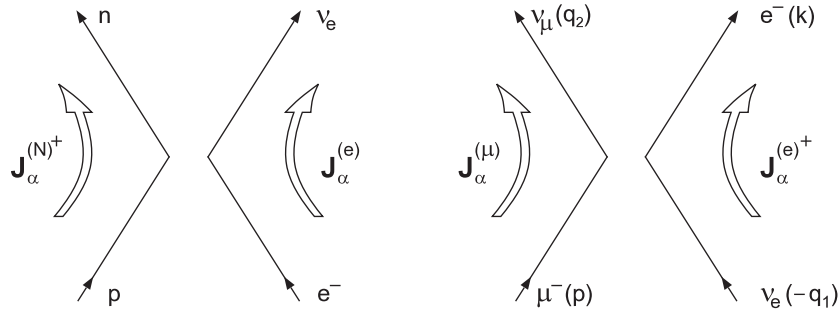
□ RASPAD MIONA

Ilustrirat ćemo račun slabog raspada na procesu raspada μ leptona, procesu koji omogućava najčišći pokus i najčišću teorijsku analizu. Invarijantnu amplitudu tog

procesa računat ćemo u potpunoj analogiji s elektromagnetskim procesom $\mu - e$ raspršenja, s time da počinjemo od lokalnog, $V - A$, struja-struja međudjelovanja opisanog gustoćom lagrangiana

$$\mathcal{L}(x) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} J_\alpha^{(e)}(x) J_\alpha^{(\mu)}(x)^\dagger + h.c. . \quad (5.50)$$

U produktu dviju nabijenih struja, jedna od njih će dizati naboj, a druga ga spuštati. Da bi zadržali Feynmanova pravila u analogiji s elektrodinamikom, jednako kao β raspad $p \rightarrow ne^+\nu_e$ opisat ćemo i mionski raspad samo česticama, kao što je prikazano na slici 5.4, odnosno invarijantnim amplitudama



Slika 5.4: Beta raspad protona i miona u struja \times struja međudjelovanju

$$\mathcal{M}(p \rightarrow ne^+\nu_e) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{u}_n \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) u_p] [\bar{u}_{\nu_e} \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) u_e] , \quad (5.51)$$

$$\mathcal{M}(\mu^- \rightarrow e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{u}_{\nu_\mu} \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) u_\mu] [\bar{u}_e \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) u_{\nu_e}] . \quad (5.52)$$

U posljednjem članu prikazali smo izlazni antineutrino ($\bar{\nu}_e$ impulsa q_1) ulaznim neutrinom (ν_e impulsa $-q_1$), tj. elektronskom strujom spuštanja naboja

$$J_\alpha^{(e)}(x) = \bar{\psi}_e(x) \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) \psi_{\nu_e}(x) . \quad (5.53)$$

Istodobno, mionska struja podiže naboj:

$$\begin{aligned} [J_\alpha^{(\mu)}(x)]^\dagger &= [\bar{\psi}_\mu(x) \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) \psi_{\nu_\mu}(x)]^\dagger \\ &= \psi_{\nu_\mu}^\dagger(x) (1 - \gamma_5) \gamma^{\alpha\dagger} \gamma^0 \psi_\mu \\ &= \bar{\psi}_{\nu_\mu}(x) \gamma^0 \gamma^{\alpha\dagger} \gamma^0 (1 - \gamma_5) \psi_\mu \\ &= \bar{\psi}_{\nu_\mu}(x) \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) \psi_\mu . \end{aligned} \quad (5.54)$$

Uz konvenciju za antičestične spinore, kakvu smo imali u elektrodinamici,

$$u^{(3,4)}(-p) e^{-i[-p]x} = v^{(2,1)}(p) e^{ipx} , \quad (5.55)$$

označavat ćemo spinor $u_{\nu_e}(-q_1)$ kao $v_{\nu_e}(q_1) \equiv v_1$. Uz daljnju oznaku $\bar{u}_{\nu_\mu}(q_2) \equiv \bar{u}_2$) invarijantna amplituda mionskog raspada postaje

$$\mathcal{M} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{u}_e \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) v_1] [\bar{u}_2 \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) u_\mu] . \quad (5.56)$$

Daljnji je postupak usporediv s računom vjerojatnosti elektromagnetskog $\mu - e$ raspršenja. Računa se kvadrat modula invarijantne amplitude, a potom se izvrše sumacije po spinovima

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}|^2 &= \frac{G_F^2}{2} [(\bar{u}_e \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) v_1) (\bar{u}_2 \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) u_\mu)] \\ &\quad \times [(\bar{u}_e \gamma_\beta (1 - \gamma_5) v_1) (\bar{u}_2 \gamma^\beta (1 - \gamma_5) u_\mu)]^* \end{aligned} \quad (5.57)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{G_F^2}{2} [(\bar{u}_e \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) v_1) (\bar{v}_1 \gamma_\beta (1 - \gamma_5) u_e)] \\ &\quad \times [(\bar{u}_2 \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) u_\mu) (\bar{u}_\mu \gamma^\beta (1 - \gamma_5) u_2)] , \end{aligned} \quad (5.58)$$

gdje smo upotrijebili činjenicu da je za matricu (1×1) kompleksna konjugacija jednaka hermitskoj, i dalje

$$\begin{aligned} (\bar{u}_e \gamma_\beta (1 - \gamma_5) v_1)^\dagger &= v_1^\dagger [\gamma_\beta (1 - \gamma_5)]^\dagger \gamma_0 u_e \\ &= \bar{v}_1 \gamma_0 [\gamma_\beta (1 - \gamma_5)]^\dagger \gamma_0 u_e \\ &= \bar{v}_1 \gamma_\beta (1 - \gamma_5) u_e . \end{aligned} \quad (5.59)$$

Zadnji korak, $\gamma_0 [\gamma_\beta (1 - \gamma_5)]^\dagger \gamma_0 = \gamma_\beta (1 - \gamma_5)$ jednostavno se provjeri:

$$\begin{aligned} \gamma_0 [\gamma_\beta (1 - \gamma_5)]^\dagger \gamma_0 &= \gamma_0 (1 - \gamma_5) \gamma_\beta^\dagger \gamma_0 = (1 + \gamma_5) \gamma_0 \gamma_\beta^\dagger \gamma_0 \\ &= (1 + \gamma_5) \gamma_\beta = \gamma_\beta (1 - \gamma_5) . \end{aligned} \quad (5.60)$$

Spinske sume, uz matrice gustoće za nepolarizirane Diracove čestice

$$\sum_s u_\alpha(p, s) \bar{u}_\beta(p, s) = (\not{p} + m)_{\alpha\beta} \quad (5.61)$$

$$\sum_s v_\alpha(p, s) \bar{v}_\beta(p, s) = (\not{p} - m)_{\alpha\beta} \quad (5.62)$$

vode nas na spinski usrednjenu vjerojatnost

$$|\mathcal{M}|^2 \rightarrow \overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{1}{2} \sum_{spin} |\mathcal{M}|^2 . \quad (5.63)$$

Ona se dalje može pisati

$$\begin{aligned}
 |\overline{\mathcal{M}}|^2 &= \frac{G_F^2}{2} \frac{1}{2} \text{Tr}[(\not{k} + m_e)\gamma_\alpha(1 - \gamma_5) \not{q}_1\gamma_\beta(1 - \gamma_5)] \\
 &\quad \times \text{Tr}[\not{q}_2\gamma^\alpha(1 - \gamma_5)(\not{p} + m_\mu)\gamma^\beta(1 - \gamma_5)] \\
 &= \frac{G_F^2}{2} \frac{1}{2} 256(p \cdot q_1)(k \cdot q_2) \\
 &= G_F^2 \cdot 64(p \cdot q_1)(k \cdot q_2) .
 \end{aligned} \tag{5.64}$$

Diferencijal širine raspada, za raspad iz sustava mirovanja ima oblik

$$d\Gamma = \frac{1}{2m_\mu} |\overline{\mathcal{M}}|^2 d\text{Lips} , \tag{5.65}$$

gdje se u Lorentz invarijantnom faznom prostoru

$$d\text{Lips} = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p - k - q_1 - q_2) \frac{d^3k}{2E(2\pi)^3} \frac{d^3q_1}{2\omega_1(2\pi)^3} \frac{d^3q_2}{2\omega_2(2\pi)^3} \tag{5.66}$$

pointegrira preko impulsa neutrina koje ne opažamo. Uz oznaku $q = p - k$ i uvrštavanjem $(p \cdot q_1)(k \cdot q_2)$ izlazi

$$p^\alpha k^\beta \int \frac{d^3q_1}{\omega_1} \frac{d^3q_2}{\omega_2} q_{1\alpha} q_{2\beta} \delta^{(4)}(q - q_1 - q_2) = p^\alpha k^\beta I_{\alpha\beta} . \tag{5.67}$$

Uz izvrijednjen integral

$$I_{\alpha\beta} = \frac{\pi}{6} [q^2 g_{\alpha\beta} + 2q_\alpha q_\beta], \tag{5.68}$$

dobivamo

$$d\Gamma = \frac{G_F^2}{48\pi^4 m_\mu} [q^2(p \cdot k) + 2(q \cdot p)(q \cdot k)] \frac{d^3k}{E} . \tag{5.69}$$

Za raspad miona koji miruje, s $p = (m_\mu, 0)$ i zanemarivu masu elektrona $m_e \ll E$, vrijede pojednostavljenja

$$q \cdot p = (p - k) \cdot p \simeq m_\mu^2 - m_\mu E \tag{5.70}$$

$$q \cdot k \simeq m_\mu E \tag{5.71}$$

$$q^2 = m_\mu^2 - 2m_\mu E \tag{5.72}$$

$$|\vec{k}| = \sqrt{E^2 - m_e^2} \simeq E \tag{5.73}$$

$$d^3k \simeq 4\pi E^2 dE , \tag{5.74}$$

uz koja

$$d\Gamma = \frac{G_F^2}{12\pi^3} (3m_\mu^2 - 4m_\mu E) E^2 dE. \tag{5.75}$$

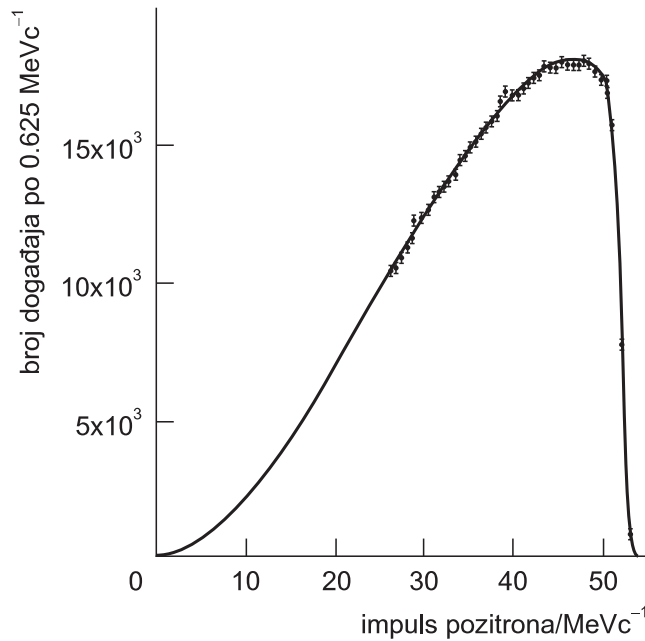
Uvedemo li omjer

$$\varepsilon = \frac{E}{E_{max}} = \frac{2E}{m_\mu}, \quad (5.76)$$

(gdje se maksimalna energija jedne čestice $m_\mu/2$ postiže ako se dvije čestice zajedno gibaju dijametralno suprotno trećoj) dolazimo do spektra emitiranih elektrona (pozitrona)

$$\frac{d\Gamma}{d\varepsilon} = \frac{G_F^2}{96\pi^3} m_\mu^5 (3 - 2\varepsilon)\varepsilon^2. \quad (5.77)$$

Ta je krivulja u savršenom skladu s mjerenim spektrom na slici 5.5. Ukupnu širinu



Slika 5.5: Mjereni spektar pozitrona u mionskom raspadu

raspada dobit ćemo integracijom po elektronskom spektru

$$\Gamma = \frac{G_F^2 m_\mu^5}{96\pi^3} \int_0^1 (3 - 2\varepsilon)\varepsilon^2 d\varepsilon = \frac{G_F^2 m_\mu^5}{192\pi^3} \equiv \frac{1}{\tau}. \quad (5.78)$$

Dakle, iz mjenenog života $\tau \simeq 2.2 \cdot 10^{-6}$ s nalazi se jakost Fermijevog vezanja, $G_F \simeq 10^{-5}/m_N^2$. Preciznije, mjerenje mionskog raspada daje

$$G_\mu = 1.166379(2) \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}, \quad (5.79)$$

što je neznatno veća vrijednost od one mjerene u nukleonskom β raspadu

$$G_\beta = 1.136(3) \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}. \quad (5.80)$$

Identificiramo li Fermijevu jakost s onom mjerenom u mionskom raspadu

$$G_\mu = G_F, \quad (5.81)$$

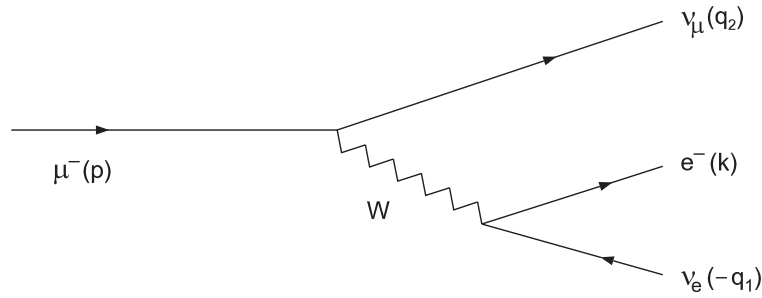
potisnuće faktorom $\cos \Theta_c$, nešto manjim od jedinice

$$G_\beta = G_F \cos \Theta_c, \quad (5.82)$$

odražava različito pojavljivanje slabog međudjelovanja u leptonskoj i hadronskoj struji — što tek treba detaljnije izučiti.

Na ovom mjestu pokažimo da uvođenjem intermedijalnog vektorskog bozona (IVB), medijatora slabog međudjelovanja, postaje jasno zašto su slaba međudjelovanja “slaba”.

Na niskim energijama na kojima se odvija mionski raspad, prijenosi četveroimpulsa bit će zanemarivi u odnosu na tešku masu medijatora, $q^2 \ll M_W^2$. Gore sugerirani lagrangian slabog međudjelovanja, uveden po analogiji s elektrodinamikom, daje mionski raspad kao proces koji se odvija putem W izmjene (sl. 5.6) i opisan je invarijantnom amplitudom



Slika 5.6: Mionski raspad u IVB teoriji

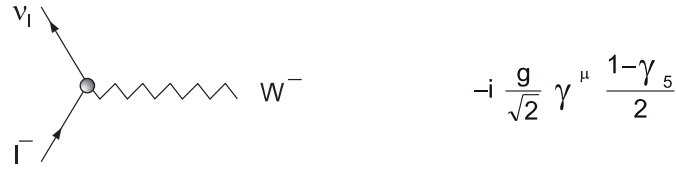
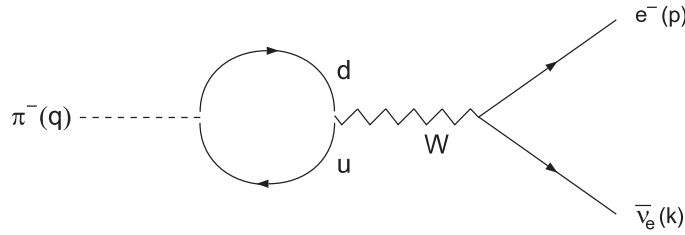
$$\mathcal{M} = \left[\frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}_{\nu_\mu} \gamma^\alpha \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) u_\mu \right] \frac{1}{M_W^2 - q^2} \left[\frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}_e \gamma^\alpha \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) u_{\nu_e} \right]. \quad (5.83)$$

Slabi analogon elektromagnetskog vrha je prikazan na slici 5.7, dok propagator masivnog W bozona u navedenoj granici ima oblik

$$-i \frac{g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / M_W^2}{q^2 - M_W^2} \rightarrow \frac{i g_{\mu\nu}}{M_W^2}. \quad (5.84)$$

U ovoj slici, invarijantna struja \times struja amplituda mionskog raspada bit će reproducirana pomoću identifikacije

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M_W^2}. \quad (5.85)$$


 Slika 5.7: Feynmanov dijagram slabog vrha $\bar{l}\nu_l W^-$

 Slika 5.8: Raspad piona prikazan W izmjenom

Odatle, uz (danas poznatu) vrijednost $M_W = 80 \text{ GeV}$ izlazi $g = 0.66$ ili konstanta fine strukture slabog međudjelovanja veća od one elektromagnetskog:

$$\alpha_W = \frac{g^2}{4\pi} = \frac{1}{29} > \frac{1}{137} = \alpha_{em} . \quad (5.86)$$

Stvarno, radimo li, primjerice, na energijama **LEP** sudarivača, slaba će međudjelovanja nadjačati elektromagnetska. Slaba međudjelovanja su slaba za niskoenergijske procese koji se odvijaju daleko ispod M_W !

□ RASPAD PIONA

Analogiju s elektrodinamikom moći ćemo proširiti na raspad nabijenog piona ($\pi^- \rightarrow l^- \bar{\nu}_l$) ukoliko se pozovemo na kvarkovsku sliku. Tada se raspad svodi na proces raspršenja prikazan na slici 5.8 u kome se kvark i antikvark koji sačinjavaju pion nađu u istoj točki. Vjerojatnost takvog procesa (koji podsjeća na elektromagnetski raspad pozitronija, $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$, ili jaki raspad η_c mezona, $c + \bar{c} \rightarrow g + g$) svodit će se na poznavanje valne funkcije u ishodištu, $|\psi(0)|^2$. Budući da valnu funkciju kvarka unutar piona za sada ionako ne poznajemo, pogledajmo kako je proveden račun tog procesa u tradicionalnoj Fermijevoj teoriji. Invarijantna amplituda sadrži matrični element hadronske struje

$$\mathcal{M} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{u}_l \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) v_{\nu_l} \langle 0 | J_\alpha^{hadr} | \pi^- \rangle , \quad (5.87)$$

koji sadrži faktor $|\psi(0)|^2$ sakriven u tzv. konstanti raspada piona

$$\langle 0 | J_\alpha^{hadr} | \pi^- \rangle = i f_\pi q_\alpha . \quad (5.88)$$

Konstanta raspada predstavlja vrijednost funkcije jedinog Lorentzovog skalara, q^2 , na vrijednosti $q^2 = m_\pi^2$: $f_\pi = f(q^2 = m_\pi^2)$. Uvrštavanjem (5.88) slijedi

$$\mathcal{M} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}(p^\mu + k^\mu)f_\pi\bar{u}(p)\gamma_\mu(1 - \gamma_5)v(k) \quad (5.89)$$

$$= \frac{G_F}{\sqrt{2}}f_\pi m_l \bar{u}(p)(1 - \gamma_5)v(k) . \quad (5.90)$$

Pri tome smo upotrijebili Diracove jednadžbe za mion i njegov neutrino

$$\bar{u}(p)(\not{p} - m_l) = 0 , \quad (5.91)$$

$$\not{k}v(k) = 0 . \quad (5.92)$$

Za raspad iz sustava mirovanja piona

$$d\Gamma = \frac{1}{2m_\pi} |\overline{\mathcal{M}}|^2 \frac{d^3p}{(2\pi)^3 2E} \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2\omega} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(q - p - k) , \quad (5.93)$$

gdje upotrebom izraza za tragove γ matrica (dodatak B) izlazi

$$\begin{aligned} |\overline{\mathcal{M}}|^2 &= \frac{G_F^2}{2} f_\pi^2 m_l^2 \text{Tr}[(\not{p} + m_\mu)(1 - \gamma_5) \not{k}(1 + \gamma_5)] \\ &= 4G_F^2 f_\pi^2 m_l^2 (p \cdot k) . \end{aligned} \quad (5.94)$$

Nadalje, $p \cdot k = E\omega - \vec{k} \cdot \vec{p} = E\omega + \vec{k}^2 = \omega(E + \omega)$ vodi na

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{G_F^2 f_\pi^2 m_l^2}{(2\pi)^2 2m_\pi} \int \frac{d^3p d^3k}{E\omega} \delta(m_\pi - E - \omega) \delta^{(3)}(\vec{k} + \vec{p}) \omega(E + \omega) \\ &= \frac{G_F^2 f_\pi^2 m_l^2}{(2\pi)^2 2m_\pi} 4\pi \int d\omega \omega^2 \left(1 + \frac{\omega}{E}\right) \delta(m_\pi - E - \omega) , \end{aligned} \quad (5.95)$$

gdje je zadnji red rezultat integracije po $\delta^{(3)}$ funkciji. Preostala integracija po $d\omega$ daje $\omega_0^2 = [(m_\pi^2 - m_l^2)/(2m_\pi)]^2$, uračunavanjem da je $E = (m_l^2 + \omega^2)^{1/2}$ i raspisivanjem preostale δ -funkcije

$$\delta[f(\omega)] = \frac{\delta(\omega - \omega_0)}{\left| \frac{\partial f}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_0}} = \frac{\delta(\omega - \omega_0)}{1 + \frac{\omega_0}{E}} . \quad (5.96)$$

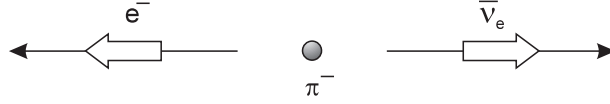
Konačno

$$\Gamma = \frac{G_F^2}{8\pi} f_\pi^2 m_l^2 m_\pi \left(1 - \frac{m_l^2}{m_\pi^2}\right)^2 = \frac{1}{\tau_l} . \quad (5.97)$$

Da bi izvrijednili tu širinu raspada treba znati konstantu f_π ⁶ (stavimo li $f_\pi = m_\pi \cos \Theta_c$, bit ćemo vrlo blizu mjerenoj vrijednosti širine za $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$). No i bez poznavanja f_π možemo izračunati omjer širina raspada

$$\frac{\Gamma(\pi^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e)}{\Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)} = \left(\frac{m_e}{m_\mu}\right)^2 \left(\frac{m_\pi^2 - m_e^2}{m_\pi^2 - m_\mu^2}\right)^2 = 1.2 \cdot 10^{-4}. \quad (5.98)$$

To je naoko začuđujuća vrijednost, koja se ipak slaže s pokusom. Odmah se pitamo što je razlog tolikom potisnuću raspada na elektron, koji bi prema raspoloživom faznom prostoru trebao prevladavati. Odgovor se nalazi u tzv. *potisnuću helicitetom* (sl. 5.9). U situaciji gdje je bezmaseni antineutrino čestica čisto des-



Slika 5.9: Očuvanje impulsa vrtnje u raspadu piona (spina nula) zahtijeva $J(e^- \bar{\nu}_e)_{para} = 0$

nog heliciteta, elektron ($\psi_e = \psi_{eL} + \psi_{eR}$) je tjeran na pozitivni helicitet — što je za elektron stanje krivog heliciteta. Naime, ako bi elektron (stvoren slabim raspadom) bio potpuno bezmasen, on bi (poput neutrina) postojao samo kao lijeva čestica — lijevi projektor $(1 - \gamma_5)$ u slabom vrhu odabire samo lijeve elektrone. Za relativno lake elektrone zauzimanje stanja krivog heliciteta za faktor 10^4 je manje vjerojatno nego za znatno teže mione. Primijetimo da procese analogne raspadu piona opažamo i za teže mezone. Ograničimo se na početku na raspade stranih K mezona $K^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu, e^- \bar{\nu}_e$, za koje ćemo moći upotrijebiti izraz (5.97) za širinu raspada. Opaženo potisnuće raspada u kojima se mijenja stranost ($s \rightarrow u + W^-$) u odnosu na one u kojima je stranost očuvana ($d \rightarrow u + W^-$) bit će obuhvaćeno Cabibbovom hipotezom iz 1963: matrični element stranog prijelaza

$$\langle 0 | J_\alpha^{hadr} | K^- \rangle = i f_K q_\alpha \sin \Theta_c \quad (5.99)$$

sadrži sinus Cabibbova kuta, kao što pionski ili neutronske raspad mora sadržavati kosinus tog kuta. Tada će širina kaonskog raspada

$$\Gamma(K^\pm \rightarrow l^\pm \nu_l) = \frac{G_F^2 f_K^2 \sin^2 \Theta_c}{8\pi} m_l^2 m_K \left(1 - \frac{m_e^2}{m_K^2}\right)^2 \quad (5.100)$$

u usporedbi s onom raspada piona dati

$$\frac{\Gamma(K \rightarrow \mu \nu_\mu)}{\Gamma(\pi \rightarrow \mu \nu_\mu)} = \tan^2 \Theta_c \frac{f_K^2 m_K [1 - (m_\mu/m_K)^2]^2}{f_\pi^2 m_\pi [1 - (m_\mu/m_\pi)^2]^2}. \quad (5.101)$$

⁶Ovdje rabimo konvenciju $f_\pi = \sqrt{2} F_\pi$, gdje je $F_\pi = 92.4$ MeV vrijednost za pionsku konstantu iz dodatka A.1

Uz poznate mase, širine i Cabibbovog kuta izlazi predviđanje⁷

$$\frac{f_K}{f_\pi} = 1.28 . \quad (5.102)$$

Kaon i pion su prelaki da bi se raspali na τ lepton, no moguć je inverzni proces, $\tau^- \rightarrow \pi^- \nu_\tau$ ($K^- \nu_\tau$) čija je širina raspada

$$\Gamma = \frac{G_F^2 f_\pi^2 \cos^2 \Theta_c m_\tau^3}{16\pi} \left(1 - \frac{m_\pi^2}{m_\tau^2}\right)^2 , \quad (5.103)$$

u skladu s mjerenim grananjem od 12%, koliko otpada na taj proces. Proces $\tau^- \rightarrow K^- \nu_\tau$ bit će potisnut sa $\sin^2 \Theta_c$ i ima udio manji od jedan posto. Za gore opisane raspade piona i kaona u dva leptona, prihvaćene su oznake π_{l2} i K_{l2} , primjerice $\pi_{\mu 2}$ za $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$. Mogući su i takvi raspadi težih mezona, npr. $D^+ \rightarrow l^+ \nu_l$, uključujući i procese s tau neutrinom (ν_τ).

5.2.2 Struktura slabih struja

Uvedeni prijenosnici slabe sile vezat će se na temeljne fermione. Za beta raspad neutrona bit će to kvarkovi i leptoni, tako da će taj proces biti opisan amplitudom

$$\mathcal{M} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{u}\gamma^\mu(1 - \gamma_5)d] [\bar{\nu}\gamma_\mu(1 - \gamma_5)e] , \quad (5.104)$$

gdje su kao oznake fermionskih spinora upotrijebljeni simboli odgovarajućih temeljnih fermiona. Ukoliko sada definiramo slabu nabijenu leptonsku struju

$$J_{lep}^\mu = \bar{\nu}\gamma^\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} e \quad (5.105)$$

te analogno slabu nabijenu hadronsku struju

$$J_{hadr}^\mu = \bar{d}\gamma^\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} u , \quad (5.106)$$

gornju amplitudu možemo napisati u obliku

$$\mathcal{M} = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} J_{lep}^\mu J_{\mu,hadr}^\dagger . \quad (5.107)$$

Kasnije su otkrivene i neutralne slabe struje koje je također moguće opisati $V - A$ teorijom. No kako one nemaju čisti $V - A$ oblik (tj. narušenje pariteta nije

⁷ $f_K = \sqrt{2}F_K$ gdje je vrijednost F_K kaonske konstante raspada dana u dodatku A.1

uvijek maksimalno kao kod nabijenih slabih struja) uvode se parametri c_V i c_A koji mjere udio vektorske odnosno aksijalne komponente u neutralnoj slaboju struji. Primjerice, invarijantna amplituda za neutralno kvark–neutrino raspršenje izgleda ovako:

$$\mathcal{M}^{NC} = \frac{G_{NC}}{\sqrt{2}} [\bar{q}\gamma^\mu (c_V^q - c_A^q \gamma_5) q] [\bar{\nu}\gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu]. \quad (5.108)$$

Ovdje je G_{NC} konstanta vezanja za neutralne struje čiji je omjer prema Fermijevoj konstanti prilično važan ρ parametar

$$\rho = \frac{G_{NC}}{G_F}. \quad (5.109)$$

Analogno nabijenim slabim strujama (5.105), neutralne slabe struje se definiraju kao

$$J_{NC}^\mu = \bar{u}_f \gamma^\mu \frac{1}{2} (c_V^f - c_A^f \gamma_5) u_f, \quad (5.110)$$

tako da je gornja amplituda oblika

$$\mathcal{M}^{NC} = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} 2\rho J^{NC\mu} J_\mu^{NC}. \quad (5.111)$$

Razotkrivanje iscrpne strukture ovih struja nedovršeni je posao desetljeća istraživanja, koja zadiru u neke od najskrovitijih kutaka svijeta. Ovdje ćemo dati kratki sažetak tih rezultata.

□ STRUKTURA SLABE NABIJENE STRUJE

Po analogiji s električnim nabojem koji je izvor elektromagnetske sile, možemo zamisliti “slabi naboj” koji bi proizvodio slabo međudjelovanje. Univerzalnost slabog međudjelovanja nameće da takav naboj treba pridružiti temeljnim (elementarnim) fermionima, kvarkovima i leptonima.

Neobično svojstvo prirode je pojavljivanje leptonskog dubleta u tri kopije, tri obitelji, ili generacije

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}. \quad (5.112)$$

Pri tome se leptonski prijelaz $l^- \rightarrow \nu_l + W^-$ zbiva unutar svake generacije zasebno, a izostaju međugeneracijski prijelazi, npr $e^- \rightarrow \nu_\mu + W^-$. Ta se činjenica izriče kao zahtjev zasebno očuvanih leptonskih brojeva L_e, L_μ i L_τ . Za kvakrove imamo istu generacijsku strukturu

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}, \quad (5.113)$$

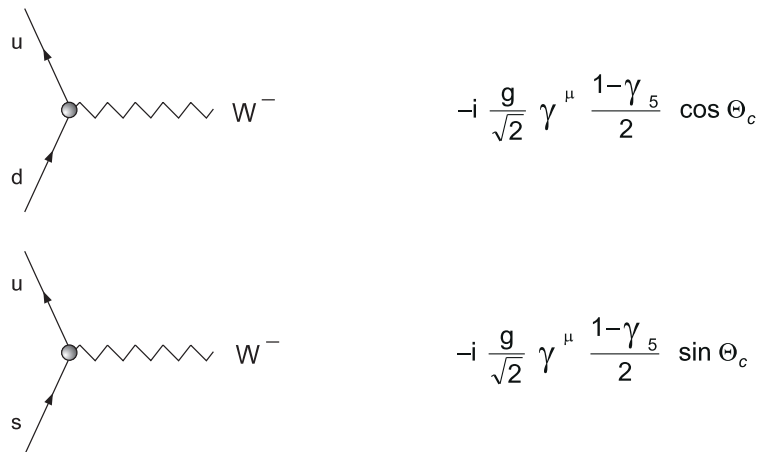
ali slabe interakcije ne čuvaju njihov odvojeni identitet! Prijelaz unutar generacije je dozvoljen, npr.

$$d \rightarrow u + W^- \quad (\text{za } n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e),$$

ali postoji i međugeneracijski prijelaz, primjerice

$$s \rightarrow u + W^- \quad (\text{za } \Lambda \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e).$$

Godine 1963., u vrijeme kad su bili poznati samo u, d i s kvarkovi, Cabibbo je sugerirao da unutargeneracijski prijelaz $d \rightarrow u + W^-$ nosi faktor $\cos \Theta_c$, a međugeneracijski prijelaz $s \rightarrow u + W^-$ nosi faktor $\sin \Theta_c$ (sl. 5.10). Potisnuće



Slika 5.10: Slabo vezanje W^- na kvarkovske struje

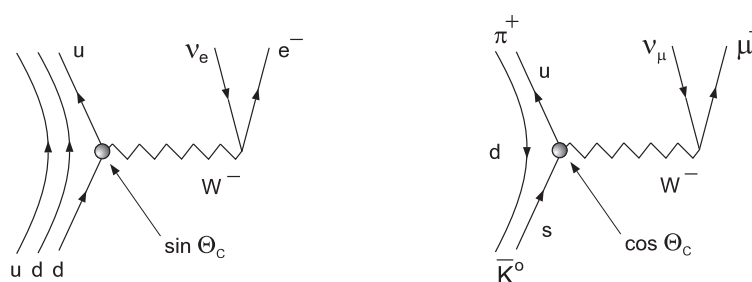
prijelaza u kojima se mijenja stranost bit će opisano malim Cabibbovim kutom, čija je eksperimentalno određena vrijednost $\Theta_c = 13.1^\circ$. Cabibbovom teorijom je bilo moguće uspješno povezivati vjerojatnosti raspada niza procesa, primjerice semileptonskih

$$n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e \quad \bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ + \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$

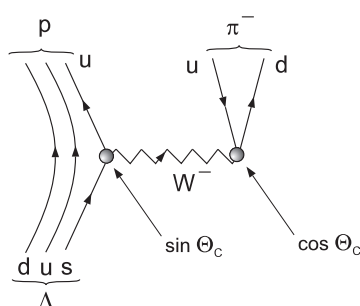
prikazanih na slici (5.11) ili neleptonskih, poput Λ raspada,

$$\Lambda \rightarrow p^+ + \pi^-$$

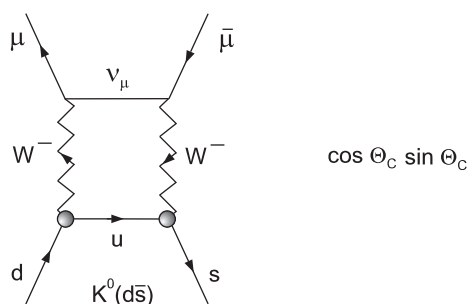
prikazanog na slici 5.12 No u Cabibbovoj slici ostajao je uznemirujući problem s raspadom neutralnog kaona u par $\mu^+ \mu^-$, na slici 5.13. Izračunata amplituda, proporcionalna sa $\sin \Theta_c \cos \Theta_c$, vodi na vjerojatnost raspada koja je bila daleko iznad



Slika 5.11: *Primjeri semileptonskih raspada*



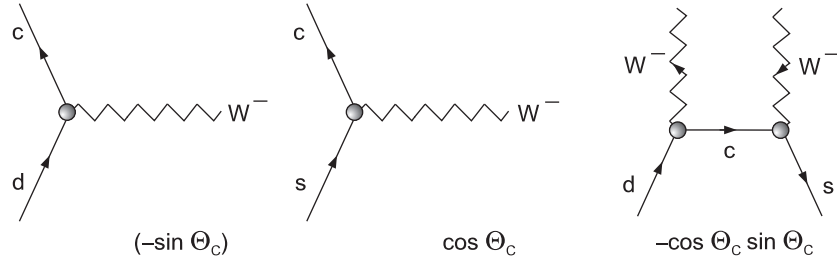
Slika 5.12: *Primjer neleptonskog raspada*



Slika 5.13: *Sastavnica raspada $K_L \rightarrow \mu^- \mu^+$*

tada postojeće granice mjerenja⁸. Rješenje su ponudili Glashow, Iliopoulos i Maiani (*GIM*), putem uvođenja četvrtog, čarobnog *c* (od engl. *charm*) kvarka, 1970. godine, četiri godine prije “novembarske” revolucije iz 1974. Pri tome, kvarkovski prijelazi koji uključuju *c* kvark, dolaze uz “ $\sin \Theta_c$ ” i “ $\cos \Theta_c$ ”, kako je prikazano na slici 5.14. i vode na dodatnu amplitudu proporcionalnu s “ $-\sin \Theta_c \cos \Theta_c$ ” koja vodi na kraćenje amplituda. To je kraćenje egzaktno ako se mase *u* i *c* kvarka zanemare prema M_W koja dominira integralom u petlji (kvarkovi su daleko izvan

⁸Od 1995. godine taj proces slovi kao prvi mjereni proces iz grupe tzv. rijetkih raspada


 Slika 5.14: Cabibbovi faktori vezani uz prijelaz c kvarka

masene ljuske). Opaženi proces je u stvari samo “ GIM potisnut” faktorom

$$\frac{m_c^2 - m_u^2}{M_W^2}. \quad (5.114)$$

GIM -ov mehanizam vodi na jednostavnu interpretaciju: umjesto fizikalnih kvarkova d i s (vlastitih stanja **QCD**), slabe interakcije vide “rotirana stanja” d' i s'

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \Theta_c & \sin \Theta_c \\ -\sin \Theta_c & \cos \Theta_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}. \quad (5.115)$$

Unutar dva dubleta (u, d') i (c, s') W^\pm bozoni “vide” Cabibbo-rotirana stanja (5.115). To zapravo znači da vrh $u \rightarrow d + W^+$ nosi sa sobom dodatni faktor $\cos \Theta_c$ koji opisuje vezanje u i d kvarka. Vrh $c \rightarrow d + W^+$ ima faktor $-\sin \Theta_c$, kojim je opisano vezanje c i d kvarka, itd.

Kobayashi i Maskawa (KM) generalizirali su gornju shemu na slučaj tri generacije kvarkova

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}. \quad (5.116)$$

Stanja (d', s', b') dobiju se Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) rotacijom stanja (d, s, b) matricom

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{bd} & V_{bs} & V_{tb} \end{pmatrix}, \quad (5.117)$$

koja poopćuje Cabibbovu notaciju (5.115). U matricu V_{CKM} ulazi devet parametara, no oni nisu svi neovisni. Ta se matrica može svesti na oblik u kome ostaju samo tri generalizirana Cabibbova kuta (θ_1, θ_2 i θ_3), i jedan fazni faktor (δ):

$$C = \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 c_3 & s_1 s_3 \\ -s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{i\delta} & -c_1 c_2 s_3 - s_2 c_3 e^{i\delta} \\ s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 + c_2 s_3 e^{i\delta} & -c_1 s_2 s_3 + c_2 c_3 e^{i\delta} \end{pmatrix}. \quad (5.118)$$

Ovdje c_i stoji za $\cos \theta_i$, a s_i za $\sin \theta_i$. Kada je $\theta_2 = \theta_3 = 0$, ponovo dobivamo originalnu Cabibbovu rotaciju, uz $\theta_1 = \Theta_c$. Na CKM shemu ćemo se vratiti pri razmatranju elektroslabe unifikacije. Ona će se ugraditi u GWS model, koji međutim ne određuje CKM matricu, što je jedna od njegovih najvećih slabosti. Određivanje elemenata CKM matrice ostat će kao posao za brojne eksperimente.

□ NEUTRALNE SLABE STRUJE

Postojanje neutralnog vektorskog bozona Z^0 , nenabijenog partnera W bozona, predložio je Bludman 1958. godine. Takav bozon pojavljivao se i u Glashowljevu modelu — pokušaju ujedinjenja slabog i elektromagnetskog međudjelovanja iz 1961., koji su 1967. Salam i Weinberg obukli u novo ruho (tzv. spontano slomljene baždarne teorije). Upravo je otkriće neutralnih slabih struja dovelo “ GWS model” 1980. u Stockholm. Prve naznake neutralnih slabih međudjelovanja, procesi (slika 5.15)

$$\bar{\nu}_\mu + e \rightarrow \bar{\nu}_\mu + e$$

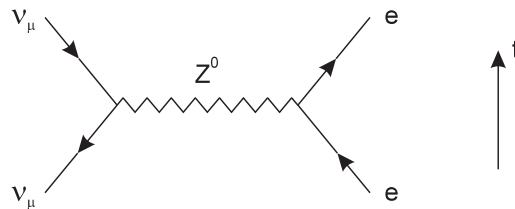
zabilježeni su u **CERN**ovim komorama na mjehuriće, 1973. Slijedila su opažanja inkluzivnih raspršenja neutrina na nukleonima

$$\begin{aligned} \bar{\nu}_\mu + N &\rightarrow \bar{\nu}_\mu + X \\ \nu_\mu + N &\rightarrow \nu_\mu + X \end{aligned}$$

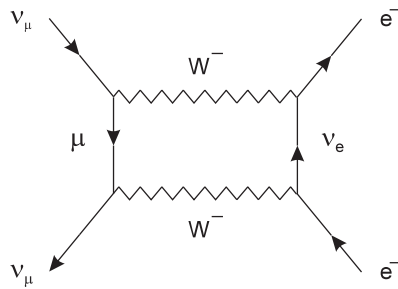
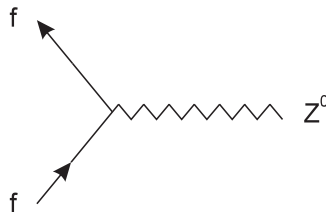
s udarnim presjekom usporedivim s onim za nabijene procese $\bar{\nu}_\mu + N \rightarrow \mu^+ + X$, $\nu_\mu + N \rightarrow \mu^- + X$. Pritom rezultat

$$\sigma_{neutralni} \simeq \frac{1}{3} \sigma_{nabijeni} \quad (5.119)$$

indicira da je riječ o novoj vrsti slabog međudjelovanja, prenošenog neutralnim Z bozonom. Naime, proces višeg reda s W bozonom (slika 5.16) imao bi znatno manji udarni presjek. Vezanje na Z^0 (slika 5.17) ograničeno je na prijelaze unutar iste generacije. U protivnom, postojali bi procesi koje ne opažamo:



Slika 5.15: Proces s neutralnim strujama na **CERN**-u


 Slika 5.16: Potisnut W proces višeg reda

 Slika 5.17: Feynmanov dijagram vezanja Z^0 na fermionsku struju

- ◇ primjerice $\mu^- \rightarrow e^- + Z^0$ za leptone, koji bi narušavao leptonske brojeve L_μ i L_e ;
- ◇ primjerice neutralni proces s promjenom stranosti $s \rightarrow d + Z^0$ za kvarkove, koji bi vodio na $K^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ daleko iznad opažene vrijednosti. Zabranu takvog procesa izriče se u formi zahtjeva nepostojanja neutralnih struja s promjenom okusa — nepostojanje *FCNC* (od engl. *flavour changing neutral currents*).

Primjerice, semileptonski procesi

$$K^+ \rightarrow \pi^0 + l^+ + \nu_l \quad K^+ \rightarrow \pi^+ + l + \bar{l}$$

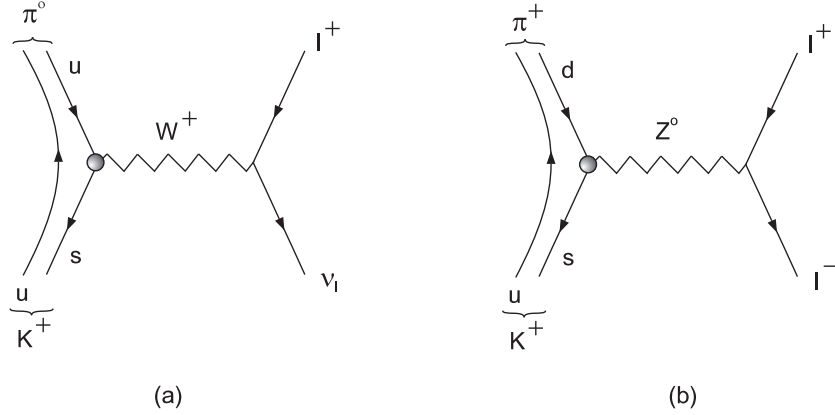
uključivali bi kvarkovske prijelaze prikazane na slici 5.18. Semileptonski raspad (a) s te slike mjeri se s omjerom grananja $\text{Br} = \Gamma/\Gamma_{\text{tot}} = 8\%$, dok je proces (b) u klasi rijetkih procesa za koje su do nedavno postojale samo mjerene granice. Danas je mjeran proces

$$\text{Br} (K^+ \rightarrow \pi^+ e^+ e^-) = (2.74 \pm 0.23) \cdot 10^{-7}, \quad (5.120)$$

dok za preostale procese postoje granice

$$\text{Br} (K^+ \rightarrow \pi^+ \mu^+ \mu^-) < 2.3 \cdot 10^{-7}; \quad (5.121)$$

$$\text{Br} (K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}) < 5.2 \cdot 10^{-9}. \quad (5.122)$$



Slika 5.18: *Semileptonski raspadi K^+ mezona prenošeni W bozonom (a) ili Z bozonom (b)*

Budući da postoji Cabibbovo miješanje među generacijama kvarkova, preostaje objasniti odsutnost ili potisnuće neutralnih struja s promjenom stranosti (*FCNC*), na koje vodi i analiza $K_L \rightarrow \mu^+ \mu^-$ raspada. Odgovor ponovno daje *GIM*-ov mehanizam, uveden nešto ranije za nabijene struje. Za neutralnu struju, koja bi prije uvođenja *c* kvarka imala oblik

$$J^0 = (\bar{u} \bar{d}') I_3 \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} = \bar{u}u - \bar{d}'d' \quad (5.123)$$

$$= \bar{u}u - \bar{d}d \cos^2 \Theta_c - \bar{s}s \sin^2 \Theta_c - (\sin \Theta_c \cos \Theta_c)(\bar{d}s + \bar{s}d), \quad (5.124)$$

dobivamo po uvođenju (*c*, *s'*) dubleta druge generacije

$$J^0 = \bar{u}u + \bar{c}c - (\bar{d}'d' + \bar{s}'s'). \quad (5.125)$$

Dio s promjenom stranosti se pokratio.

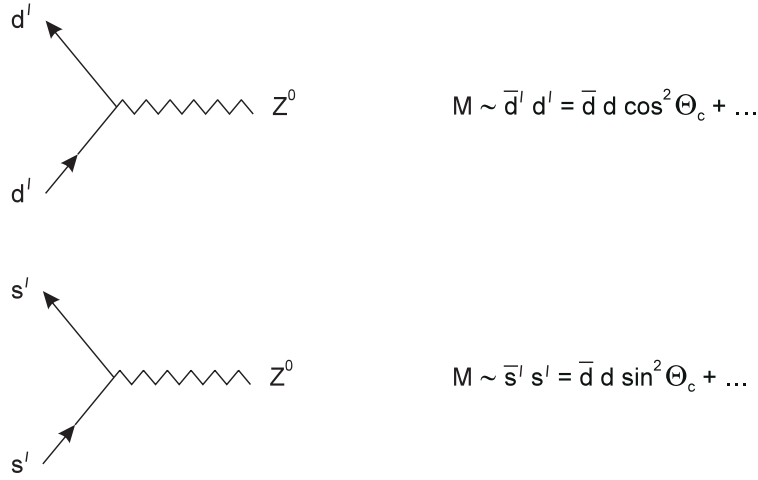
Primijetimo da je za neutralne procese svejedno da li upotrebljavamo fizikalna stanja (*d*, *s*, *b*) ili Cabibbo rotirana (*d'*, *s'*, *b'*): zbrajanjem amplitude za *d* kvark

$$\bar{d}'d' = (\bar{d} \cos \Theta_c + \bar{s} \sin \Theta_c)(d \cos \Theta_c + s \sin \Theta_c) \quad (5.126)$$

i amplitude za *s* kvark

$$\bar{s}'s' = (-\bar{d} \sin \Theta_c + \bar{s} \cos \Theta_c)(-d \sin \Theta_c + s \cos \Theta_c), \quad (5.127)$$

prikazanih na slici 5.19. izlazi


 Slika 5.19: Dijagonalna vezanja Z^0 bozona

$$\mathcal{M}_{ukupno} \sim \bar{d}' d' + \bar{s}' s' = \bar{d} d + \bar{s} s . \quad (5.128)$$

Niz pokusa razotkrio je i iscrpnu strukturu neutralnog međudjelovanja, koje za razliku od nabijenog nije čiste $V - A$ forme:

$$-ig_Z \gamma^\mu \frac{1}{2} (c_V^f - c_A^f \gamma_5) . \quad (5.129)$$

Vrijednosti za c_V^f i c_A^f prikazane su u dodatku na slici ??, str. ??.

5.2.3 * Hadronska struja II

□ AKSIJALNA NUKLEONSKA STRUJA I $PCAC$ HIPOTEZA

Za razliku od slabe vektorske struje, aksijalno vektorska struja nema elektromagnetskog analogona. Prisjetimo se raspada piona $\pi^- \rightarrow l^- \bar{\nu}_l$, pri kome je amplituda prijelaza piona u vakuum dana matričnim elementom kvarkovske hadronske struje $\langle 0 | J_\mu^h | \pi^- \rangle$,

$$J_\mu^h = \bar{\psi}_u \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_d \equiv V_\mu^h - A_\mu^h . \quad (5.130)$$

Budući da je pion pseudoskalarna čestica, u parametrizaciji struje na način uveden u (5.88), doprinosit će samo A_μ^a :

$$A_\mu^a = iF_\pi q_\mu \pi^a . \quad (5.131)$$

Uvrstimo li to u *invarijantnu amplitudu*

$$\mathcal{M} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} \bar{\nu}_l \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) \nu_{\nu_l} \langle 0 | A_\alpha^a | \pi^- \rangle , \quad (5.132)$$

dobivamo

$$\begin{aligned}\mathcal{M} &= G_F V_{ud} (p^\mu + k^\mu) F_\pi \bar{u}_l(p) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) v_{\nu_l}(k), \\ &= G_F F_\pi V_{ud} m_l \bar{u}(p) (1 - \gamma_5) v(k),\end{aligned}\quad (5.133)$$

što vodi na poznati rezultat

$$\tau^{-1}(\pi^- \rightarrow \ell^- \bar{\nu}_\ell) = \frac{G_F^2 F_\pi^2}{4\pi} |V_{ud}|^2 m_\ell^2 m_\pi \left(1 - \frac{m_\ell^2}{m_\pi^2}\right)^2. \quad (5.134)$$

Mjerenjem vremena života piona, uz poznate vrijednosti za m_μ , m_π , G_F i V_{ud} , dobiva se

$$F_\pi = 0.663 m_\pi = 92.42 \pm 0.26 \text{ MeV}. \quad (5.135)$$

Dakle, pion se raspada zahvaljujući neiščezavajućoj konstanti raspada piona, $F_\pi \neq 0$ i masi $m_\pi \neq 0$. Sukladno izrazu (5.131), divergencija aksijalne pionske struje ne iščezava

$$\partial^\mu A_\mu^a = i q_\mu A_\mu^a = \sqrt{2} F_\pi q_\mu^2 \pi^a = \sqrt{2} m_\pi^2 F_\pi \pi^a. \quad (5.136)$$

Gell-Mann i Levy su generalizirali ovaj rezultat (za matrični element) u operatorsku relaciju (*PCAC* hipoteza)

$$\partial^\mu A_\mu^a = \sqrt{2} F_\pi m_\pi^2 \phi^a \quad (a = 1, 2, 3). \quad (5.137)$$

Parcijalno očuvanje aksijalne struje (*PCAC*) oslanja se na granicu “mekanih piona”, granicu iščezavajuće mase piona (Goldstoneovih bozona kiralne grupe kvarkovskih okusa). Moguće je i poopćenje ove relacije na pseudoskalarni mezonski *oktet* ($a = 1, 2, \dots, 8$), no ne možemo očekivati da će ona vrijediti jednako dobro. Snabdjeveni *PCAC* relacijom možemo ispitati dodatne posljedice algebre struja, koje će padati u dvije kategorije:

- ◇ Niskoenergijski teoremi temeljeni na upotrebi *PCAC* i tehnike mekanih piona :
 - Goldberger-Treimanova relacija — uzor fenomenološki potvrđene veze između jakog i slabog međudjelovanja;
 - linearni σ -model i njegovo nelinearno poopćenje — za modeliranje niskoenergijskog ponašanja **QCD**;
 - račun strujnih masa lakih kvarkova, čije je poznavanje ključno za neke nerješene probleme standardnog modela, npr. “problem jakog CP narušenja”.
- ◇ Visokoenergijska sumacijska pravila, koja se temelje na komutatorima naboja ili struja, koji ne ovise o lagrangianu :

- Adlerovo pravilo suma za raspršenje neutrina,
- Bjorkenovo pravilo suma za strukturnu funkciju spina protona.

Jednako važni kao ovi uspjesi bili su i neuspjesi algebre struja, predviđanje iščezavajuće širine $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ raspada i predviđanje krive vrijednosti mase η' mezona (potreba uvođenja globalne **QED** i globalne **QCD** anomalije).

□ GOLDBERGER-TREIMANOVA RELACIJA

PCAC postulat ukazuje da je divergencija aksijalne struje povezana s operatorom stvaranja piona. To se onda mora odraziti i na slučaju aksijalne struje koja sudjeluje u raspadu neutrona. Pogledajmo najprije doprinos koji inducirana pseudoskalarna funkcija strukture dobiva od jednopionske izmjene između nukleonske i leptonske slabe struje — doprinosa *pionskog pola*. Uz vrhove

$$\Gamma_{\pi l\nu_l} = i\sqrt{2}(p^\mu + k^\mu)F_\pi \bar{u}_l(p)\gamma_\mu(1 - \gamma_5)v_\nu(k) \quad (5.138)$$

$$\Gamma_{\pi NN} = i\sqrt{2}g_{\pi NN}(q^2)\bar{u}_p\gamma_5u_n \quad (5.139)$$

dobit ćemo aksijalnu struju

$$\begin{aligned} A_\mu^h(\pi - pol) &= (n \rightarrow p\pi^- \text{ vrh}) \times (\pi^- \text{ propagator}) \times (\pi^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \text{ vrh}) \\ &= i2g_{\pi NN}F_{\pi NN}(q^2)\bar{u}_p\gamma_5u_n \frac{1}{(q^2 - m_\pi^2)} iF_\pi q_\mu \\ &= -\frac{2g_{\pi NN}F_{\pi NN}(q^2)F_\pi}{q^2 - m_\pi^2} q_\mu \bar{u}_p\gamma_5u_n . \end{aligned} \quad (5.140)$$

Pritom smo jakost vezanja piona na nukleone $g_{\pi NN}(q^2) = g_{\pi NN}F_{\pi NN}(q^2)$ izrazili pomoću glatke vršne funkcije s vrijednošću

$$F_{\pi NN}(q^2 = m_\pi^2) = 1 , \quad (5.141)$$

tako da je $g_{\pi NN}$ fizikalna (mjerena) jakost vezanja. Derivacija pionskog doprinosa struji u granici mekih piona ima oblik

$$\lim_{m_\pi^2 \rightarrow 0} \partial^\mu A_\mu^h(\pi - pol) = -2i \frac{g_{\pi NN}F_{\pi NN}(q^2)F_\pi}{q^2 - m_\pi^2} m_\pi^2 \bar{u}_p\gamma_5u_n . \quad (5.142)$$

Derivacija ukupne struje u granici mekih piona (zanemarujući derivaciju vršne funkcije strukture) iščezava

$$\begin{aligned} \lim_{m_\pi^2 \rightarrow 0} \partial^\mu A_\mu^h &= i\bar{u}_p \left[g_A(q^2)(m_p + m_n) - 2 \frac{g_{\pi NN}F_{\pi NN}(q^2)F_\pi}{q^2 - m_\pi^2} m_\pi^2 \right] \gamma_5 u_n \\ &= 0 . \end{aligned} \quad (5.143)$$

Kad stavimo $q^2 = 0$ dobijemo

$$g_A M = g_{\pi NN} F_\pi , \quad (5.144)$$

rezultat poznat kao Goldberger-Treimanova relacija!

Ovu relaciju možemo dobiti na još jedan način. Pretpostavimo da je aksijalna jakost vezanja g_A dominirana polom A_1 mezona, koji ima kvantne brojeve spina i pariteta kao aksijalna struja:

$$\begin{aligned} A_\mu^h(A_1 - pol) &= (n \rightarrow p A_1 \text{ vrh}) \times (A_1 \text{ propagator}) \times (A_1 \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \text{ vrh}) \\ &= (-i g_A g_\rho F_{ANN}(q^2) \bar{u}_p \gamma_\mu \gamma_5 \tau^a u_n) \\ &\quad \times \left(\frac{g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / m_A^2}{q^2 - m_A^2} \right) \times \left(-\frac{m_A^2}{2g_\rho} \right) \\ &= i g_A F_{ANN}(q^2) \frac{m_A^2}{q^2 - m_A^2} \bar{u}_p \left[\gamma_\mu \gamma_5 - \frac{q_\mu \not{q} \gamma_5}{m_A^2} \right] u_n . \end{aligned} \quad (5.145)$$

$A_1 NN$ jakost vezanja ekstrahirana je iz fenomenološkog kiralno-invarijantnog lagrangiana u kome je A_1 mezon tretiran kao kiralni partner ρ mezona, s masama povezanim Weinbergovom relacijom $m_A = \sqrt{2} m_\rho$. Opće je svojstvo kiralnih lagrangiana da su vrhovi ρ i A_1 mezona izraženi istom jakošću vezanja, g_ρ . Specifično, $g_{A_1 NN} = g_A g_\rho$, gdje je g_ρ jakost vezanja ρ mezona na dva piona, preko kojeg je dato i vezanje A_1 mezona na leptone. Ukupno, g_ρ se pokrati u formiranju aksijalne struje u prethodnoj relaciji.

Ponovno, glatko ponašanje vršne funkcije strukture $F_{ANN}(q^2 = m_A^2) = 1$, vodi na derivaciju struje

$$\begin{aligned} \partial_\mu A_\mu^h(A_1 - pol) &= -g_A F_{ANN}(q^2) \frac{m_A^2}{q^2 - m_A^2} \bar{u}_p \left[\not{q} \gamma_5 - \frac{q^2 \not{q} \gamma_5}{m_A^2} \right] u_n \\ &= 2i g_A F_{ANN}(q^2) M \bar{u}_p \gamma_5 u_n , \end{aligned} \quad (5.146)$$

gdje je M masa nukleona. Oba dijagrama, pionskog i A_1 mezonskog pola daju u granici mekih piona

$$\lim_{m_\pi^2 \rightarrow 0} \partial_\mu A_\mu^h = 2i (g_A F_{ANN}(q^2) M - g_{\pi NN} F_{\pi NN}(q^2) F_\pi) \bar{u}_p \gamma_5 u_n , \quad (5.147)$$

pa iščezavanje te derivacije zahtijeva kao i prije

$$g_A F_{ANN}(q^2) M = g_{\pi NN} F_{\pi NN}(q^2) F_\pi . \quad (5.148)$$

Ako se sporo-mijenjajuće funkcije strukture mogu zamijeniti graničnim vrijednostima (jedinicama), tada kao i prije izlazi Goldberger-Treimanova relacija (5.144).

5.3 Elektroslabo ujedinjenje

Ideja ujedinjenja elektromagnetske i slabe interakcije nameće se sama po sebi kad jednom spoznamo da se razlika u njihovoj jakosti može pripisati ekstremno velikim masama čestica koje prenose slabu silu. Međutim, od Schwingerovog rada iz 1957. preko Glashowljeve ideje iz 1961. godine, da bi ujedinjenje moglo ići preko baždarnе teorije temeljene na grupi $SU(2) \times U(1)$, mase medijatora bacale su sjenu na čitav taj projekt. Naime, postojao je problem generiranja masa baždarnih bozona na način koji bi bio spojiv s baždarnom invarijantnošću. Taj su problem riješili Weinberg i Salam 1967. godine, nezavisno jedan od drugoga, rabeći ideju spontanog lomljenja simetrije. Nešto kasnije, 't Hooft je pokazao da je Glashow-Weinberg-Salamov (GWS) model renormalizabilna kvantna teorija polja, a Glashow, Iliopoulos i Maiani su u teoriju uveli i kvarkove. GWS teorija općenito je prihvaćena nakon što su eksperimentalno potvrđena njena osnovna predviđanja — struktura neutralnih struja te postojanje baždarnih bozona s predviđenim masama.

5.3.1 Diracovi spinori i kiralna fermionska stanja

Budući da nabijeni i neutralni sektor slabog međudjelovanja imaju različit oblik, njihovo povezivanje s elektromagnetizmom nije očito. Za početak, prisjetimo se Diracove jednadžbe i definicije kiralnih stanja koja će nam biti vodiljom. Diracov spinor možemo napisati kao sumu njegove desne (R) i lijeve (L) kiralne projekcije,

$$\psi = \psi_R + \psi_L . \quad (5.149)$$

Kiralne projekcije definirane su izrazima

$$\psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi \quad \text{i} \quad \bar{\psi}_R = \bar{\psi}\frac{1}{2}(1 - \gamma_5) , \quad (5.150)$$

$$\psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi \quad \text{i} \quad \bar{\psi}_L = \bar{\psi}\frac{1}{2}(1 + \gamma_5) , \quad (5.151)$$

gdje je

$$\gamma_5 = \gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} . \quad (5.152)$$

Iz gornjih definicija vidi se da su ψ_R i ψ_L svojstvena stanja operatora γ_5 :

$$\begin{aligned} \gamma_5\psi_R &= \psi_R , & \bar{\psi}_R\gamma_5 &= -\bar{\psi}_R , \\ \gamma_5\psi_L &= -\psi_L , & \bar{\psi}_L\gamma_5 &= \bar{\psi}_L . \end{aligned} \quad (5.153)$$

Pomoću identiteta

$$\left(\frac{1 \pm \gamma_5}{2}\right)^2 = \frac{1 \pm \gamma_5}{2} , \quad (5.154)$$

$$\gamma_\mu \left(\frac{1 \pm \gamma_5}{2} \right) = \left(\frac{1 \mp \gamma_5}{2} \right) \gamma_\mu, \quad (5.155)$$

$$\gamma_\mu \left(\frac{1 \pm \gamma_5}{2} \right) = \left(\frac{1 \mp \gamma_5}{2} \right) \gamma_\mu \left(\frac{1 \pm \gamma_5}{2} \right), \quad (5.156)$$

lako se dokazuje da se Lorentzov skalar $\bar{\psi}\psi$ može napisati u obliku

$$\bar{\psi}\psi = \bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L, \quad (5.157)$$

a Lorentzova vektorska struja u obliku

$$j^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\psi = \bar{\psi}_L\gamma^\mu\psi_L + \bar{\psi}_R\gamma^\mu\psi_R. \quad (5.158)$$

Diracovu jednadžbu pisali smo u obliku

$$(\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m)\psi = E\psi, \quad (5.159)$$

gdje su α^i i β 4×4 matrice,

$$\alpha^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ \sigma^i & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (5.160)$$

Uz identitet $\vec{\alpha} = \gamma_5 \vec{\Sigma}$, gdje

$$\Sigma^i = \begin{pmatrix} \sigma^i & 0 \\ 0 & \sigma^i \end{pmatrix}, \quad (5.161)$$

i činjenicu da γ_5 i Σ^i komutiraju, jednadžba (5.159) prelazi u

$$\gamma_5\psi = \begin{pmatrix} \frac{\vec{p} \cdot \vec{\sigma}}{E+m} & 0 \\ 0 & \frac{\vec{p} \cdot \vec{\sigma}}{E-m} \end{pmatrix} \psi. \quad (5.162)$$

Za česticu bez mase, $p^\mu = (|\vec{p}|, \vec{p})$, to se svodi na

$$\gamma_5\psi = \vec{\Sigma} \cdot \hat{p} \psi, \quad (5.163)$$

što znači da bezmasena Diracova čestica ima helicitet $(\vec{\Sigma} \cdot \hat{p})$ jednak kiralnosti (γ_5):

$$\vec{\Sigma} \cdot \hat{p} \psi_R = \psi_R, \quad (5.164)$$

$$\vec{\Sigma} \cdot \hat{p} \psi_L = -\psi_L. \quad (5.165)$$

Za antičesticu predznaci su obrnuti. Ona po definiciji ima kiralnost kao i čestica, no zbog promjene predznaka energije u (5.162) (čestice negativne energije interpretiramo kao antičestice sa pozitivnom energijom), ima suprotni helicitet.

5.3.2 Slabi izospin i hipernaboj

Podsjetimo se da Lorentzova vektorska struja (5.158) odgovara elektromagnet-skoj struji na koju se vežu fotoni. Takva struja je Noetheričina struja pridružena invarijantnosti Diracovog lagrangiana

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\psi}(i\gamma_\mu\partial^\mu - m)\psi, \quad (5.166)$$

na globalnu U(1) baždarnu transformaciju,

$$\psi \rightarrow e^{-iQ\omega}\psi. \quad (5.167)$$

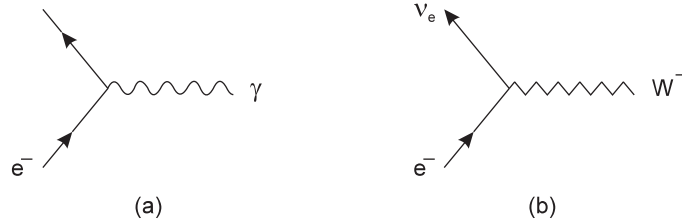
Ako taj lagrangian načinimo lokalno baždarno invarijantnim ($\partial^\mu \rightarrow D^\mu \equiv \partial^\mu + iQA^\mu$), dobit ćemo dio koji nam daje elektromagnetsku interakciju

$$\mathcal{L}_0(\psi, \partial^\mu\psi) \rightarrow \mathcal{L} = \mathcal{L}_0(\psi, \partial^\mu\psi) - \bar{\psi}Q\gamma^\mu A_\mu\psi. \quad (5.168)$$

Pogodno je jedinični naboj e izvući iz matrice naboja Q , pa preostaje lagrangian elektromagnetske interakcije

$$\mathcal{L}^{em} = -e\bar{\psi}QA\psi. \quad (5.169)$$

Ovaj lagrangian opisuje temeljni vrh u **QED**, interakciju elektromagnetske struje sa fotonom, $e^- \rightarrow e^- + \gamma$ (slika 5.20a). Primijetimo da elektromagnetsku struju



Slika 5.20: *Procesi:* (a) $e^- \rightarrow e^- + \gamma$ (b) $e^- \rightarrow \nu_e + W^-$

možemo pisati pomoću kiralnih spinora kao

$$\begin{aligned} j_\mu^{em} &= -\bar{e}\gamma_\mu e = -(\bar{e}_L + \bar{e}_R)\gamma_\mu(e_L + e_R) \\ &= -\bar{e}_L\gamma_\mu e_L - \bar{e}_R\gamma_\mu e_R. \end{aligned} \quad (5.170)$$

Mješoviti članovi nestaju, jer zbog (5.155) imamo

$$\begin{aligned} \bar{e}_L\gamma_\mu e_R &= \bar{e} \left(\frac{1 + \gamma_5}{2} \right) \gamma_\mu \left(\frac{1 + \gamma_5}{2} \right) e \\ &= \bar{e} \left(\frac{1 + \gamma_5}{2} \right) \left(\frac{1 - \gamma_5}{2} \right) \gamma_\mu e \\ &= \frac{1}{4} \bar{e} (1 - \gamma_5^2) \gamma_\mu e = 0. \end{aligned} \quad (5.171)$$

Za razliku od temeljnog vrha koji je u **QED** čisto vektorski, slabi vrh u sebi sadrži vektorski (V) i aksijalni (A) dio. Posebno, vezanje W^\pm bozona ima čisti $V - A$ oblik. Tako proces $e^- \rightarrow \nu_e + W^-$ (slika 5.20b) opisujemo slabom strujom podizanja naboja

$$j_\mu^+ = \bar{\nu}_e \gamma_\mu \left(\frac{1 - \gamma_5}{2} \right) e. \quad (5.172)$$

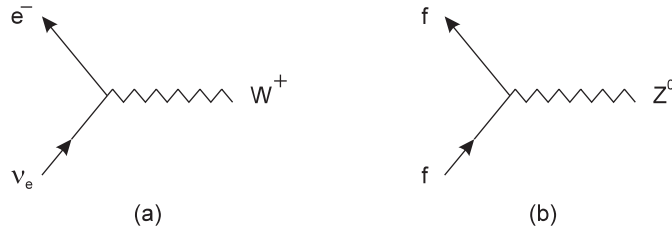
Strukturalna razlika slabog i elektromagnetskog vrha na prvi pogled otklanja bilo koju mogućnost ujedinjenja slabe i elektromagnetske sile. Međutim, ukoliko struju (5.172) napišemo preko kiralnih projekcija (pomoću identiteta (5.156)),

$$j_\mu^+ = \bar{\nu}_{eL} \gamma_\mu e_L, \quad (5.173)$$

očigledno i slabi vrh dobiva čisto vektorski karakter. Naravno, postoji i slaba struja spuštanja naboja,

$$j_\mu^- = \bar{e}_L \gamma_\mu \nu_{eL}, \quad (5.174)$$

koja opisuje proces $\nu_e \rightarrow e^- + W^+$ (slika 5.21a). Obje struje možemo izraziti u



Slika 5.21: *Procesi: a) $\nu_e \rightarrow e^- + W^+$ b) $f \rightarrow f + Z^0$*

kompaktnijoj notaciji uvođenjem lijevog dubleta,

$$L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \quad (5.175)$$

pomoću 2×2 matrica izospina

$$\tau^+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{i} \quad \tau^- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (5.176)$$

koje su zapravo linearne kombinacije Paulijevih matrica τ^i ,

$$\tau^\pm = \frac{1}{2}(\tau^1 \pm i\tau^2). \quad (5.177)$$

Tada je

$$j_\mu^\pm = \bar{L} \gamma_\mu \tau^\pm L. \quad (5.178)$$

Potrebna nam je i struja koja opisuje neutralne slabe interakcije, odnosno procese tipa $f \rightarrow f + Z^0$ (slika 5.21b). Definiramo i treću komponentu izospinske struje, koja pomoću matrice

$$\frac{1}{2}\tau^3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (5.179)$$

ima zapis

$$j_\mu^3 = \bar{L}\gamma_\mu \frac{1}{2}\tau^3 L = \frac{1}{2}\bar{\nu}_{eL}\gamma_\mu\nu_{eL} - \frac{1}{2}\bar{e}_L\gamma_\mu e_L. \quad (5.180)$$

Iako smo zaokružili punu izospinsku simetriju, još uvijek ne možemo opisati neutralne slabe interakcije. Naime, j_μ^3 ima $V - A$ karakter i veže samo lijeve kiralne projekcije, dok neutralne interakcije uključuju i desne komponente. Zbog toga uvodimo slabi analogon hipernaboja Y_W , koji je povezan sa električnim nabojem Q (u jedinicama od e) i trećom komponentom izospina I^3 , preko dobro poznate formule (Gell-Mann-Nishijima)

$$Q = I^3 + \frac{1}{2}Y_W. \quad (5.181)$$

Struja slabog hipernaboja definirana je kao

$$\begin{aligned} j_\mu^{Y_W} &= 2j_\mu^{em} - 2j_\mu^3 \\ &= -2\bar{e}_R\gamma_\mu e_R - \bar{e}_L\gamma_\mu e_L - \bar{\nu}_{eL}\gamma_\mu\nu_{eL}. \end{aligned} \quad (5.182)$$

Ova je konstrukcija invarijantna što se slabog izospina tiče, zato što on uopće ne utječe na desne kiralne komponente, a lijeva kombinacija u prethodnom izrazu,

$$\bar{L}\gamma_\mu L = \bar{\nu}_{eL}\gamma_\mu\nu_{eL} + \bar{e}_L\gamma_\mu e_L, \quad (5.183)$$

invarijantna je sama po sebi. Kako je očigledno da je elektromagnetska struja j_μ^{em} neka linearna kombinacija struje slabog hipernaboja $j_\mu^{Y_W}$ i treće komponente izospinske struje j_μ^3 , to znači da će isto tako i neutralna struja koja će se vezati na neutralni baždarni bozon Z^0 , biti neka linearna kombinacija struja j_μ^3 i $j_\mu^{Y_W}$. To miješanje struja razotkriva se kao elektroslabo miješanje.

5.3.3 Elektroslabo miješanje

Iz oblika nabijenih slabih struja (CC od engl. *charged current*) lako je zaključiti da odgovarajući lagrangian interakcije, slično kao i za **QED**, možemo napisati kao ($W \equiv W^\mu\gamma_\mu$)

$$\mathcal{L}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}}\bar{L}(W^+\tau^- + W^-\tau^+)L = -\frac{g}{2}\bar{L}(W^1\tau^1 + W^2\tau^2)L. \quad (5.184)$$

Polja vektorskih bozona W^\pm koja propagiraju ovu interakciju, dana su sa

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \pm W_\mu^2). \quad (5.185)$$

Dodamo li tome lagrangian elektromagnetske interakcije (5.169), tada imamo

$$\mathcal{L}^{em} + \mathcal{L}^{CC} = -\bar{L}[g(\frac{1}{2}W^1\tau^1 + \frac{1}{2}W^2\tau^2) + e\mathcal{A}Q]L - \bar{R}e\mathcal{A}QR. \quad (5.186)$$

Preostaje nam sada izučiti slabi neutralni sektor, koji za sada znademo izraziti u formi interakcije treće komponente izospinske struje j_μ^3 s pripadnim bozonom W_μ^3 te struje slabog hipernaboja $j_\mu^{Y_W}$ s pripadnim matematičkim bozonom B_μ :

$$-igj_\mu^3 W_\mu^3 - ig'\frac{1}{2}j_\mu^{Y_W} B_\mu. \quad (5.187)$$

Na taj način uvedena je grupa simetrije $SU(2)_L \times U(1)_{Y_W}$, gdje svaki faktor ima svoju jakost vezanja! Ako bi se radilo o egzaktnoj baždarnoj simetriji, to bi nas vodilo na četiri bezmasena baždarna bozona. Pokus govori da jedino prijenosnik elektromagnetskog međudjelovanja figurira kao bezmaseni foton. To znači da će grupa $SU(2)_L \times U(1)_{Y_W}$ biti slomljena na grupu $U(1)_{em}$. Veliko je postignuće da će se, usprkos tom lomljenju, slabe interakcije moći opisati baždarnom teorijom. Gornja grupna struktura nam omogućava da foton bude izražen kao linearna kombinacija neutralnih matematičkih bozona,

$$A_\mu = B_\mu \cos \theta_w + W_\mu^3 \sin \theta_w, \quad (5.188)$$

dok bi njoj ortogonalna kombinacija predstavljala fizikalni neutralni baždarni bozon

$$Z_\mu = -B_\mu \sin \theta_w + W_\mu^3 \cos \theta_w. \quad (5.189)$$

Ovdje je θ_w *slabi* kut (w od engl. *weak*)⁹, slobodni parametar teorije koji se određuje eksperimentalno. Uz poznat θ_w , zahtjev da je A_μ elektromagnetsko polje nameće nam relaciju koja povezuje g i g' s e i θ_w . Ako po uvrštavanju polja W_μ^3 i B_μ iz prethodnih relacija u (5.187), faktor koji množi A_μ identificiramo kao $e j_\mu^{em}$, dobit ćemo slijedeće relacije:

$$e = g' \cos \theta_w = g \sin \theta_w, \quad (5.190)$$

$$\frac{g'}{g} = \tan \theta_w, \quad (5.191)$$

$$e = \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}. \quad (5.192)$$

⁹Ponekad se kut θ_w kojeg je uveo Glashow naziva i "Weinbergovim kutom"

Iz toga slijedi da se u (5.187) može ekstrahirati faktor koji množi Z_μ , na način:

$$-i \frac{g}{\cos \theta_w} (j_\mu^3 - j_\mu^{em} \sin^2 \theta_w) Z^\mu . \quad (5.193)$$

Dakle, opservabilne neutralne struje izražene su preko izospinske i hipernabojne struje kako slijedi:

$$j_\mu^{em} = j_\mu^3 + \frac{1}{2} j_\mu^{Y_w} , \quad (5.194)$$

$$j_\mu^{NC} = j_\mu^3 - \sin^2 \theta_w j_\mu^{em} . \quad (5.195)$$

Omjer jakosti neutralne i nabijene slabe struje koji predviđa standardni model, tzv. ρ parametar

$$\rho = \frac{M_W}{M_Z \cos \theta_w} = 1 \quad (5.196)$$

eksperimentalno je potvrđen [?].

□ Seminarske teme :

Langacker, P. , and A. K. Mann, "The Unification of Electromagnetism with the Weak Force", Physics Today, Prosinac 1989, str. 22

Moe, M. K. , and S. P. Rosen, "Double-Beta Decay," Scientific American, Studeni 1989, str. 48

Weinberg, S. , "The Weak Interactions From Now On", Physics Today, Kolovoz 1986, str. 35

□ Zadaci :

Zadatak 5.1 Koji su od slijedećih raspada dopušteni u najnižem redu slabog međudjelovanja?

$$K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ e^- \bar{\nu}_e \quad (5.197)$$

$$K^- \rightarrow \pi^+ \pi^- e^- \bar{\nu}_e \quad (5.198)$$

$$\Xi^0 \rightarrow \Sigma^- e^+ \nu_e \quad (5.199)$$

$$\Omega^- \rightarrow \Xi^0 e^- \bar{\nu}_e \quad (5.200)$$

$$\Xi^0 \rightarrow p \pi^- \pi^0 \quad (5.201)$$

$$\Omega^- \rightarrow \Xi^- \pi^+ \pi^- \quad (5.202)$$

Rješenje : Raspadi (5.197) i (5.199) su zabranjeni pravilom $\Delta S = \Delta Q$, a (5.201) je zabranjen pravilom $\Delta S = 0, \pm 1$. Raspadi (5.198), (5.200), (5.202) su dopušteni i eksperimentalno su opaženi.

Zadatak 5.2 *Koji su od slijedećih procesa dopušteni u elektromagnetskom međudjelovanju, a koji u slabom međudjelovanju izmjenom jednog W^\pm ili Z^0 bozona?*

$$K^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e \quad (5.203)$$

$$K^+ \rightarrow \pi^+ e^+ e^- \quad (5.204)$$

$$\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 e^+ e^- \quad (5.205)$$

$$\Sigma^0 \rightarrow n \nu_e \bar{\nu}_e \quad (5.206)$$

Rješenje : *Raspad (5.203) je dopušten W izmjenom, dok je (5.205) elektromagnetski proces. Raspadi (5.204), (5.206) su zabranjeni kao elektromagnetski jer je $\Delta S \neq 0$, a zabranjeni su i kao slabi zbog odsutnosti neutralnih struja s promjenom stranosti.*

Zadatak 5.3 *Izračunajte diferencijalni udarni presjek $d\sigma/d\Omega$ u CM sustavu za reakciju*

$$\nu_\mu + e^- \rightarrow \mu^- + \nu_e, \quad (5.207)$$

u standardnom modelu, za $M_W^2 \gg q^2$. Uzeti da je $m_e \simeq 0$.

Zadatak 5.4 *Izračunajte diferencijalni udarni presjek za reakciju*

$$\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu. \quad (5.208)$$

Zadatak 5.5 *Kolika je kinetička energija elektrona ako se neutron raspada β raspadom bez emisije neutrina. Ako se neutron raspada (stvarnim) β raspadom, kolika je energija i impuls neutrina, ako je kinetička energija elektrona 0.50 MeV?*